

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ

Campus Cornélio Procópio

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO

AISLAN DA SILVA NUNES

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

AISLAN DA SILVA NUNES

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná - *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientador: Prof. Dr. William Junior do Nascimento

Nascimento

Coorientadora: Profa. Dra. Bárbara Nivalda

Palharini Alvim Sousa

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

Nunes, Aislan da Silva

NN972m

Modelagem Matemática na Educação Matemática: Uma proposta para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica / Aislan da Silva Nunes; orientador William Junior do Nascimento; co-orientadora Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa - Cornélio Procópio, 2019.

158 p. :il.

Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2019.

 Formação Continuada. 2. Modelagem Matemática.
 Revisão Sistemática de Literatura. 4. Alternativa Pedagógica. I. Nascimento, William Junior do, orient.
 II. Sousa, Bárbara Nivalda Palharini Alvim, co orient. III. Título.

AISLAN DA SILVA NUNES

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná - *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Após realização de Defesa Pública o trabalho foi considerado
BANCA EXAMINADORA
Orientador: Prof. Dr. Willian Junior do Nascimento Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP
Coorientadora: Profa. Dra. Bárbara N. Palharini A. Sousa Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP
Prof. Dr. Emerson Tortola Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Prof. Dr. Rudolph dos Santos Gomes Pereira Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP

Cornélio Procópio, 11 de julho de 2019.

Dedico este trabalho a toda minha família, em especial a minha esposa Juliana e meus filhos Gustavo e Yasmin.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado força e coragem para superar os desafios e obstáculos e vencer mais esta etapa da minha vida.

A minha família, por compreender os momentos que estive ausente mesmo estando tão perto, nas angústias, nas lamentações e nos momentos de fraqueza. Em especial, agradeço minha esposa Juliana por sempre ser o alicerce que me incentivou desde o início, sendo amparo em todos os momentos. Aos meus filhos Gustavo e Yasmin que mesmo não tendo consciência de que são a razão do meu viver, são as motivações que movem minha vida.

Aos meus pais, Juvenil e Conceição, e a minha irmã Aislaine, pelo apoio que sempre me deram.

Aos meus orientadores, Professor Dr. William Junior do Nascimento e Professora Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, pelos direcionamentos e orientações, mas sobretudo pela paciência, compreensão e sabedoria que me oportunizaram durante esta trajetória, vocês são exemplos de profissionalismo e seriedade que marcaram minha vida.

Aos professores da banca de qualificação e defesa, que muito contribuiram para o aprimoramento desta dissertação com suas sugestões, Professor Dr. Emerson Tortola e Professor Dr. Rudolph dos Santos Gomes Pereira.

Aos cursistas que participaram do Curso de Formação Continuada em Modealgem Matemática, possibilitando o desenvolvimento desta dissertação.

Aos alunos da seguda turma do PPGEN, que sempre unidos incentivaram uns aos outros neste percurso sofrido, compartilhando as angústicas e sofrimentos, mas que também souberam, de forma muito inteligente, comemorar cada vitória.

E por fim, agradeço a todos que de forma direta ou indireta, colaboraram para a realização deste trabalho.

"Se você não existisse hoje, qua falta faria?" (Mario Sergio Cortella)

NUNES, Aislan da Silva. **MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: uma proposta para a formação continuada de professores da Educação Básica. Páginas **158** f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2019.

RESUMO

A Modelagem Matemática na Educação Matemática insere-se em um cenário promissor, haja visto o número crescente de publicações em periódicos e realizações de eventos da área. No entanto, mesmo com sua importância sinalizada nos documentos oficiais, como Parâmetros Curriculares Nacionais, Diretrizes Curriculares Estaduais do Estado do Paraná e, mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular, poucos professores em serviço tiveram a oportunidade de contato com a Modelagem Matemática em sua formação inicial. Nesse sentido, a falta de contato dos professores com abordagens metodológicas, pode levá-los a ensinarem a matemática por meio de exposição de conteúdo, exercícios e técnicas desprovidas de contextualizações e em que a aplicação da matemática se faz necessária. Diante destas considerações, esta pesquisa teve por objetivo propiciar uma formação em Modelagem Matemática por meio de um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica. Para tanto, uma Revisão Sistemática de Literatura sobre as pesquisas em Modelagem Matemática na Educação Básica foi elaborada, visando a elucidação das necessidades e direcionamentos da área para a Educação Básica. Guiados pelo entendimento de Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), desenvolvemos uma Produção Técnica Educacional que é um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica, de forma presencial, na Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP, campi Cornélio Procópio, no Estado do Paraná. O curso teve duração de 40 horas dividido em três módulos, nos quais houve o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática e estudo de textos que fomentaram a parte teórica dos cursistas. Os dados oriundos do curso foram coletados por meio de questionários, registros escritos dos cursistas e anotações no diário de campo do pesquisador durante o desenvolvimento do Curso de Formação Continuada. Uma análise local descritiva dos dados foi realizada à luz da pesquisa qualitativa, possibilitando a compreensão dos registros coletados com vistas à avaliação do curso e à literatura de pesquisa. Os resultados indicam a importância das reflexões com elementos que compõem uma Atividade de Modelagem Matemática como a formulação de um problema para investigação, formulações de hipóteses e sobre o Modelo Matemático, reflexões sobre a prática docente com a Modelagem Matemática, como o papel do professor, a imprevisibilidade nas aulas de matemática e o planejamento destas Atividades para seu desenvolvimento com alunos da Educação Básica.

Palavras-chave: Formação docente; Modelagem Matemática; Revisão Sistemática de Literatura; Alternativa Pedagógica.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática25
Figura 2 - Fases de uma atividade de Modelagem Matemática
Figura 3 - Ações cognitivas dos alunos na atividade de Modelagem Matemática Erro! Indicador não definido.
Figura 4 - Hipóteses e seleção de variáveis por parte dos cursistas do grupo G1 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"
Figura 5 - Registro das hipóteses por parte dos cursistas do grupo G3 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"
Figura 6 - Seleção de variáveis por parte dos cursistas do grupo G3 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"
Figura 7 - Resolução do Grupo G1 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"71
Figura 8 - Resolução do grupo G3 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"71
Figura 9 - Modelo Matemático para o valor da venda de sorvetes proposto pelo grupo G172
Figura 10 - Representações do Modelo Matemático proposto pelo grupo G3 para o número de potes de sorvete vendidos
Figura 11 - Hipóteses formulada pelo grupo G2 para a "Atividade da calça jeans"
Figura 12 - Dedução do Modelo Matemático do grupo G2 para a "Atividade da calça jeans"
Figura 13 - Resolução do grupo G2 para a "Atividade da calça jeans" utilizando-se os conceitos de razão e proporção
Figura 14 - Interpretação de dados e validação do grupo G2 referente a "Atividade da calça jeans"
Figura 15 - Desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G1
Figura 16 - Segunda tentativa de desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G1
Figura 17 - Detalhamento quanto ao desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G1
Figura 18 - Formulação de hipótese para desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G2

Figura 19 - Planificação do tubo de papel higiênico pelo grupo G290
Figura 20 - Desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G290
Figura 21 - Interpretação dos dados e a Validação referente a "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G291
Figura 22 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G1 referente a atividade do Pluviômetro
Figura 23 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G2 referente a atividade do Pluviômetro
Figura 24 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro
Figura 25 - Resolução do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro95
Figura 26 - Solução e validação para a situação-problema do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro95
Figura 27 - Resolução do grupo G2 referente a atividade do Pluviômetro96
Figura 28 - Resolução do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro96

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de Literatura31
Quadro 2 - Caracterização dos cursistas
Quadro 3 - Estrutura geral do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática 62
Quadro 4 - Codificação dos cursistas e dos instrumentos de coleta de dados
Quadro 5 - Divisão dos cursistas em grupo
Quadro 6 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema utilizada na "Atividade do sorvete"
Quadro 7 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema utilizada na "Atividade da calça jeans"
Quadro 8 - Divisão dos cursistas em grupos para o desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo"
Quadro 9 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema utilizada na "tarefa do tanque de óleo"
Quadro 10 - Divisão dos cursistas em grupos para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática do Módulo III
Quadro 11 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema original referente a atividade do Pluviômetro
Quadro 12 - Divisão em grupo dos cursistas referente a atividade do terceiro momento de familiarização
Quadro 13 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Emoções"108
Quadro 14 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Dengue"
Quadro 15 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Dengue"
Quadro 16 - Atividade Vendas de Sorvete e as Fases da Modelagem Matemática no desenvolvimento do grupo G1
Quadro 17 - Atividade Calça Jeans e as Fases da Modelagem Matemática78
Ouadro 18 - Atividade do tanque de óleo e as fases da Modelagem Matemática97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC: Base Nacional Curricular Comum

CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CREA: Conselho Regional de Engenharia e Arquitetura

DCE: Diretrizes Curriculares Estaduais

EJA: Educação de Jovens e Adultos

MCT-PUC: Museu de Ciências e Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica

PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional

PIBID: Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

PPGEN: Programa de Pós-Graduação em Ensino

UENP: Universidade Estadual do Norte do Paraná

SUMÁRIO

IN	NTRO	DUÇÃO	.15
1	MO	DELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	.18
	1.1	SOBRE A PESQUISA EM MODELAGEM MATEMÁTICA	.18
	1.2 ENSI	A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA O NO DE MATEMÁTICA	.25
	1.3 AULA	Possibilidades de implementação da Modelagem Matemática em sala de a 27	
	1.4 SOBR	Modelagem Matemática na Educação Básica: uma revisão de literatura re os Principais Focos de Pesquisa	
		Sobre as pesquisas de Modelagem Matemática <i>desenvolvidas</i> na Educação	
		2. Sobre a <i>percepção e compreensões</i> de Modelagem Matemática entre os fessores da Educação Básica	.47
	1.4.3	SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES	.49
2	ASP	ECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	.55
	2.1	Abordagem Metodológica da Pesquisa	.55
		Encaminhamentos Metodológicos para a Elaboração e Execução do Cur ormação Continuada para Professores de Matemática da Educação ica	
	2.2.1	Os Instrumentos de Coleta de Dados	.56
	2.2.2	O PERCURSO DE ANÁLISE DOS DADOS	.57
3	PRO	DDUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL - MODELAGEM MATEMÁTICA NA	
E	DUC	AÇÃO MATEMÁTICA: CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA	
P	ROFI	ESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	.59
	3.1	CONTEXTO DO AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO	.60
	3.2	OS PARTICIPANTES DA PESQUISA	.60
	3.3 Mat	ESTRUTURA DO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM EMÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	.62
4	O C	URSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM	
M	IATE	MÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	.64
	4.1	DESCRIÇÃO ANALÍTICA DO MÓDULO I	. 64
	4.2	Descrição Analítica do Módulo II	.79

	4.3	DESCRIÇÃO ANALÍTICA DO MÓDULO III	106
5	API	RIMORANDO A ESTRUTURA DO CURSO DE FORMAÇÃO	
C	ONT	INUADA A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO INICIAL	136
P	ALA'	VRAS FINAIS	144
R	EFE	RÊNCIAS	146
A	PÊNI	DICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	149
A	PÊNI	DICE B: FORMULÁRIO DE INSCRIÇÃO DOS CURSISTAS	151
A	PÊNI	DICE C: QUESTIONÁRIO 1 DO MÓDULO I	153
A	PÊN	DICE E: QUESTIONÁRIO 2 DO MÓDULO II	155
A	PÊNI	DICE F: QUESTIONÁRIO 3 DO MÓDULO II	157

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos temos acompanhado, em contexto global, os avanços nas áreas tecnológica e científica em ritmo acelerado, fato que acaba por provocar mudanças de pensamento e de atitudes da sociedade nos aspectos sociais, políticos e econômicos, bem como nos ambientes educacionais.

Nesse sentido, cabe salientar a necessidade imposta por estes avanços e pelas mudanças de pensamentos e atitudes da sociedade, motivando assim a utilização de abordagens educacionais diferenciadas que possam viabilizar aos alunos o estabelecimento de relações entre os conteúdos ensinados na escola e sua realidade (BIEMBENGUT; HEIN, 2007; BASSANEZI, 2010; BARBOSA, 2001), de forma a romper com as práticas docente centradas na transmissão de conteúdos pelos professores e na passividade dos alunos no processo de aprendizagem.

Desse modo, os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), as Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) (PARANÁ, 2008) e, mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) sinalizam que o ensino e a aprendizagem da matemática escolar devem proporcionar a participação ativa dos alunos nestes processos e o estabelecimento de relações entre os conteúdos matemáticos e destes com os aspectos sociais.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2017, p. 263).

Nesse cenário de mudanças da prática de ensino de matemática, as DCE sugerem diferentes abordagens metodológicas para o ensino de matemática na Educação Matemática, tais como: Resolução de Problema, Mídias Tecnológicas, Etnomatemática, História da Matemática, Investigação Matemática e a Modelagem Matemática. Nessa pesquisa, abordamos a Modelagem Matemática na Educação Matemática como possibilidade de fomentar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática escolar, permitindo ao aluno a formação escolar e cidadã. Isso se justifica, pois, com a Modelagem Matemática é possível trabalhar os conteúdos matemáticos articulados entre si e entre diversas áreas do conhecimento, ao mesmo tempo que relaciona-os com situações do cotidiano dos alunos.

De acordo com Paraná (2008, p. 20), o ensino escolar deve proporcionar a

formação do aluno "com vistas à transformação da realidade social, econômica e política de seu tempo" e, neste sentido, a Modelagem Matemática na Educação Matemática pode ser uma possibilidade de "intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica" (PARANÁ, 2008, p. 65). De modo geral:

A Modelagem Matemática como área de pesquisa da Educação Matemática se insere em um cenário promissor, tendo em vista o crescimento de publicações em periódicos e a participação da comunidade de pessoas interessadas no ensino e na aprendizagem da Matemática em eventos da área. Parte do entusiasmo pode ser creditada ao crescimento de programas de pósgraduação no cenário nacional, dentre os quais estão os mestrados profissionais, que têm o apelo ao desenvolvimento de pesquisa aplicada à educação escolar (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017, p. 2).

Mesmo tendo expressividade em publicações periódicas e, sua importância sinalizada em documentos oficiais para o ensino e a aprendizagem de matemática, há evidências de que poucos professores em serviço tiveram oportunidade de contato com a Modelagem Matemática ao longo de sua formação inicial (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b), e ainda outros professores que não a conhecem como abordagem para o ensino e aprendizagem de matemática (MALHEIROS, 2016).

Em geral, a falta de contato dos professores com as abordagens metodológicas propostas nas DCE, em sua formação inicial, pode levar os professores a trabalhar os conteúdos matemáticos baseados na exposição de teoremas e demonstrações desprovidas de objetivos significativos, além de aulas que não passam de transposição de conteúdos, exercícios e técnicas sem sentido para os alunos (BIEMBENGUT, 1999). Também, evidencia-se a necessidade de repensar a prática docente, na qual apenas o professor fala e os alunos ouvem sem questionamentos e de forma passiva.

Logo, evidencia-se a necessidade de uma formação docente que proporcione conhecimento acerca da Modelagem Matemática na Educação Matemática, além de reflexões sobre sua prática docente, de modo que estes possam trabalhar com seus alunos uma visão crítica e investigativa, superando o ensino baseado na transmissão de conteúdos, ou seja, uma formação docente que forneça os conhecimentos necessários sobre a Modelagem Matemática a fim de que essa abordagem os auxilie em sua prática docente na direção de proporcionar uma alternativa para o ensino de matemática.

No sentido de criar oportunidades aos professores de matemática, em particular da rede pública de ensino, de repensar sua prática docente e proporcionar uma

formação em Modelagem Matemática, a produção técnica educacional desta dissertação contempla um Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica. Além da elaboração e avaliação do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, este trabalho tem como objetivo proporcionar uma formação em Modelagem Matemática e de elaborar e avaliar um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica.

Diante dos objetivos propostos, esta dissertação é estruturada em cinco capítulos: no capítulo 1 apresentamos a fundamentação teórica referente à pesquisa sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática; no capítulo 2, abordamos os aspectos metodológicos que orientaram a realização deste trabalho; no capítulo 3 apresentamos a produção técnica educacional que corresponde ao Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica; no capítulo 4 apresentamos os dados coletados, o capítuo 5 apresentaremos a análise dos dados e seguida serão apresentadas as Palavras Finais e as Referências.

1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos a seção 1.1 acerca das pesquisas em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Na sequência, apresentaremos na seção 1.2 a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para os processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Por fim, a seção 1.3 correspondem a uma revisão da literatura sobre Modelagem Matemática da Educação Básica.

1.1 SOBRE A PESQUISA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Visando situar o leitor sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática, detalhamos as pesquisas que tem como foco mapeamentos, estados da arte ou revisões sistemáticas em Modelagem Matemática na Educação Matemática (BIEMBENGUT, 2009; BICUDO; KLÜBER, 2011; KLÜBER; BURAK, 2014; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014a; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b; PEREIRA *et. al.*, 2017).

A Modelagem Matemática na Educação Matemática está incorporada no cenário nacional há pouco mais de quatro décadas, estando ainda em processo de consolidação e não possuindo um núcleo comum de entendimentos acerca das teorias e concepções ontológicas e epistemológicas veiculadas na literatura (BICUDO; KLÜBER, 2011; KLÜBER; BURAK, 2014; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Com intuito de esclarecer algumas convergências e divergências de entendimentos teóricos acerca da Modelagem Matemática, Bicudo e Klüber (2011) apresentam a concepção de quatro pesquisadores de Modelagem Matemática na Educação Matemática, a saber: Jonei Cerqueira Barbosa, Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak.

Segundo Barbosa (2011, p. 2) a Modelagem Matemática é "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". Para este pesquisador não há procedimentos pré-fixados para se trabalhar com a Modelagem Matemática.

O ambiente de Modelagem Matemática está associado à problematização e à investigação, de modo que a problematização está ligada ao ato de criar perguntas ou problemas, e a investigação está ligada à busca, seleção, organização, manipulação de informações e reflexões sobre elas. Tanto a problematização quanto a investigação, não são

atos separados, mas estão articulados pela atividade de Modelagem nas ações dos alunos no ambiente de aprendizagem¹. Barbosa (2004, p. 3) apresenta uma situação possível de se trabalhar com a Modelagem Matemática ao criar um ambiente de Modelagem:

Imagine que o professor propõe aos alunos o estudo do impacto da contribuição social (trata-se de um imposto cobrado pelo Governo Brasileiro para manutenção do sistema previdenciário) no salário das pessoas. Os alunos, por certo, terão que formular questões, buscar dados, organizá-los, abordá-los matematicamente, avaliar os resultados, traçar novas estratégias etc. Aqui, os alunos, mesmo supondo que o professor oferecesse um problema inicial, teriam que formular questões para dar conta de sua resolução e investigar formas de resolvê-las.

Neste contexto, os conteúdos matemáticos entram em cena conforme a atividade vai se desenvolvendo, evidenciando o caráter aberto deste tipo de atividade.

Por sua vez, Bassanezi (2010, p. 16) apresenta a Modelagem Matemática na Educação Matemática como a "arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Para tanto, o pesquisador apresenta cinco etapas para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

- A experimentação, que consiste em uma atividade laboratorial no qual obtém-se dados;
- Abstração, procedimento para a formulação dos modelos matemáticos como seleção de variáveis, problematização ou formulação de problemas teóricos, formulação de hipóteses e simplificações;
 - 3) Resolução em que um Modelo Matemático é obtido;
 - 4) Validação, processo de aceitação do modelo proposto;
- 5) Modificação, momento em que alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação do Modelo Matemático.

As etapas de Bassanezi (2002; 2010) partem da Modelagem Matemática advinda de modeladores profissionais, ou seja, como método de pesquisa e pode ser utilizada em ambientes educacionais como estratégia de aprendizagem.

Como método de pesquisa a Modelagem Matemática pressupõe a multidisciplinariedade e tem seus avanços alcançados em áreas como a Física, Química, Biologia, Astrofísica, entre outras. A aplicação da Modelagem Matemática em outros campos

¹ Skovsmose (2000) apresenta a noção de ambiente de aprendizagem para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades. (BARBOSA, 2001, p. 6).

científicos é estimulada pela utilização da lógica e das ferramentas matemáticas para formulação de problemas, testes e avaliação de hipóteses, cujas finalidades e métodos nos campos científicos são comuns à aplicação da Modelagem Matemática.

Por outro lado, no campo educacional, a Modelagem Matemática pode ser utilizada como estratégia de aprendizagem devido à combinação de aspectos lúdicos da própria matemática, combinando com o potencial de aplicação da matemática. Neste sentido, é possível que o estudante alcance alternativas que direcionem suas aptidões para determinadas áreas contempladas pela Modelagem Matemática ou pela sua formação acadêmica.

Para Biembengut e Hein (2007, p. 12) a "Modelagem Matemática é o processo de obtenção de um modelo" em que "genericamente pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio para fazê-los interagir". Estes autores também definem a Modelagem Matemática como uma atividade definida por meio de etapas:

- 1) A inteiração com o assunto, que pode ocorrer por meio de livros e revistas especializadas, experimentações, entre outros. Esta etapa é subdivida em a) reconhecimento da situação-problema e b) familiarização com o assunto a ser modelado.
- 2) A matematização, considerada pelos autores como a etapa mais complexa e desafiante, pois é nela que ocorre a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. Esta etapa é subdivida em formulação do problema hipóteses e resolução do problema em termos do modelo.
- 3) O Modelo Matemático, visto como a conclusão da atividade de Modelagem Matemática. Após sua obtenção, o modelo passará por uma checagem com objetivo de verificar a aproximação da situação-problema, sendo subdivida em duas etapas: interpretação da solução e validação do Modelo Matemático.

A concepção de Biembengut e Hein (2007) se assemelha à de Bassanezi (2010) na estrutura de uma atividade de Modelagem Matemática, mas difere quando apresenta os aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem de matemática no campo educacional. Para Bassanezi (2010) a Modelagem Matemática é uma combinação lúdica entre métodos de pesquisa e estratégia alternativas para a aprendizagem de matemática. Entretanto, Biembengut e Hein (2007) apresentam a Modelagem Matemática como um meio de relacionar matemática e realidade culminando em um Modelo Matemático.

Segundo Burak (1992, p. 62) a Modelagem Matemática é um "conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os

fenômenos presentes no cotidiano do ser humano". Neste contexto, os encaminhamentos das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula devem ocorrer em cinco etapas:

- Escolha do tema: pode partir dos professores ou dos alunos e pode ser variado, a princípio pode não ter ligação nenhuma com a matemática.
- 2) Pesquisa exploratória: encaminha-se aos alunos materiais que possam subsidiar informações e noções prévias sobre o tema.
- 3) Levantamento de problemas: o professor incentiva os alunos a formular conjecturas sobre quais as relações do tema com os conteúdos matemáticos.
- 4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema: nesta etapa busca-se responder com auxílio do conteúdo matemático as necessidades surgidas na pesquisa.
- 5) Análise crítica das soluções: este aspecto é marcado pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos em relação ao tema.

Para Burak (1992) a Modelagem Matemática no contexto educacional é uma metodologia de ensino que instiga ao aluno maior autonomia para raciocinar, conjecturar, estimar e excitar ao pensamento criativo, ações que são provenientes dos alunos, mas que são cativadas pela curiosidade e motivação nas atividades. Nesta perspectiva, a construção do Modelo Matemático não é o único fim da Modelagem e a importância maior está ligada ao processo de construção do conhecimento matemático.

Neste contexto, os entendimentos de Modelagem Matemática defendidos por estes pesquisadores possuem diferenças entre si. Se por um lado alguns pesquisadores apreciam a construção de um Modelo Matemático, por outro lado, alguns pesquisadores valorizam os processos de ensino e de aprendizagem. Este fato está relacionado com a consolidação desta área de pesquisa, não havendo um entendimento único das teorias e concepções epistemológicas e ontológicas acerca de Modelagem Matemática (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Bicudo e Klüber (2011) analisaram as citações dos pesquisadores da Modelagem Matemática nos trabalhos que foram considerados em sua pesquisa, e ao relacionarem o foco de pesquisa dos respectivos trabalhos, argumentaram que quando o foco da pesquisa está direcionado à Modelagem Matemática ou aos modelos matemáticos, a concepção de dois pesquisadores se destaca: Rodney Carlos Bassanezi e Maria Salett Biembengut. Por outro lado, quando o foco de pesquisa está direcionado aos processos de

ensino e de aprendizagem, as concepções de Jonei Cerqueira Barbosa e Dionísio Burak sobressaem.

Embora Bassanezi, que foi um dos professores pioneiros em Modelagem Matemática, sua atuação profissional inicialmente se deu somente nos cursos de graduação e pós-graduação, como afirma Biembengut (2009, p. 12):

Vale ressaltar que Bassanezi e Barreto atuavam apenas na graduação e pós-graduação. Por melhor que fossem suas ideias sobre a Educação Básica ou sobre questões educacionais de regiões distantes dos grandes centros, ou periferias, não tinham essa vivência.

Porém, ao divulgarem suas experiências com a Modelagem Matemática, sobretudo os bons resultados alcançados, Bassanezi fez despertar as pesquisas em Modelagem Matemática na Educação Matemática angariando adeptos:

Mesmo conhecendo Modelagem Matemática, ao utilizarem-na como estratégia de ensino de matemática suas concepções diferenciaram-se. E ao divulgarem suas experiências e propostas em eventos, expressaram suas concepções em geral, das experiências que deram certo, dos bons resultados. Por consequência, instigaram em vários participantes novos entendimentos, concepções e tendências de modelagem (BIEMBENGUT, 2009, p. 13).

Biembengut foi orientada em seu mestrado por Bassanezi, tendo desenvolvido sua dissertação para cursos regulares da Educação Básica. Posteriormente, Biembengut (2007) apresentou sua concepção de que a Modelagem Matemática é um processo de obtenção de um modelo.

Quando o foco das pesquisas em Modelagem Matemática aponta suas lentes para o processo de ensino e de aprendizagem em matemática, as pesquisas revelam a busca pela compreensão acerca dos modos pelos quais a Modelagem Matemática favorece as situações de aprendizagens nos contextos científicos, sociais e históricos. Como exemplo, destacam-se os ambientes proporcionados pelas atividades de Modelagem Matemática, onde os estudantes são convidados a expor seus conhecimentos prévios e seu contexto social (BICUDO; KLÜBER, 2011). Neste cenário, as pesquisas em Modelagem Matemática mostram-se significativas desde a aprendizagem de conteúdos basilares da matemática até os conteúdos mais complexos:

[...] os estudantes são incentivados a explorar situações matemáticas com conteúdos elementares. Consideramos esse aspecto relevante no que concerne à busca de ensinar visando uma aprendizagem que privilegie a produção do conhecimento matemático e não somente o

trabalho com MM tomado como um recurso didático (BICUDO; KLÜBER, 2011, p. 17)².

Para Biembengut (2009) o movimento pela Educação Matemática no âmbito nacional foi tão intenso que trouxe consigo algumas reformulações curriculares, dentre elas estão os cursos de formação de professores, que passaram a ter acesso a novas abordagens em ensino, das quais deve proporcionar ao estudante conhecimentos sobre o contexto sociocultural e ainda relacionar a matemática a diversas áreas do conhecimento, entre estas abordagens está inserida a Modelagem Matemática.

Por ser um movimento tão recente, poucos professores que estão em serviço tiveram acesso, em sua formação inicial, a estas tendências da Educação Matemática, principalmente quando voltamos nossos olhares à Educação Básica. Sob ponto de vista, no que se refere aos cursos de formação continuada, tais "propostas visam, em sentido amplo, suprir ou sanar uma ausência da formação de professores da Educação Básica" (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b, p. 19).

Como já sinalizado anteriormente, Biembengut (2009, p. 18) considera que "geralmente, as aulas não passam de transposição de conteúdo, exercícios e técnicas ou mesmo de exposição de teoremas e devidas demonstrações desprovidas de objetivos significativos". Este fato se agrava quando os cursos de formação inicial de professores mantêm seus currículos subdivididos em disciplinas, as quais não possuem vínculos entre si e relações entre os conteúdos que permitam aos professores e licenciandos evidenciarem as relações entre os conteúdos específicos do Ensino Superior e os conteúdos da Educação Básica.

No que tange a pesquisa acerca de formação continuada de professores, Tambarussi e Klüber (2014b) evidenciaram a preocupação com o baixo índice de procura dos docentes da Educação Básica e o alto índice de desistência dos cursos, aspectos ligados à cultura escolar dos professores, à burocracia escolar, aos modelos de atividades ou ao tipo de atividades com as quais os professores da Educação Básica não estão familiarizados.

Neste mesmo contexto, uma preocupação se assenta, na observação realizada por Bicudo e Klüber (2011), em que os professores passam a reproduzir simplesmente as atividades trabalhadas no Curso de Formação Continuada de professores em suas salas de aula, sem uma reflexão sobre sua prática docente.

Quando consideramos a pesquisa em Modelagem Matemática e as características acerca da formação inicial e continuada de professores de matemática, fica

² O termo MM foi utilizado pelos autores para denotar Modelagem Matemática.

evidente a falta de domínio dos professores da Educação Básica com relação aos aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática, bem como dos procedimentos didáticos dos docentes em vistas aos conteúdos matemáticos.

Na investigação conduzida por Tambarussi e Klüber (2014b), os autores argumentam que os cursos de formação continuada de professores, em geral, costumam trabalhar com atividades de Modelagem Matemática, onde os professores participantes têm a oportunidade de se inserir nas atividades na perspectiva de alunos. Este processo denominado de "fazer modelagem" pode oportunizar ao participante aliar a teoria à prática. No entanto, estas atividades de formação de professores, sobretudo a formação continuada, devem ser formuladas de modo que questões amplas sejam direcionadas, por exemplo, a reflexão por parte dos participantes, da prática docente e as possibilidades da implementação da Modelagem Matemática em sua sala de aula. De acordo com os autores, estes momentos de discussão e reflexão, geralmente, tendem a ser superficiais nos cursos de formação continuada, isto quando ocorrem (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Nesse contexto, as interpretações e discussões efetuadas ao longo da investigação, revelam a urgência de a comunidade de Modelagem realizar estudos voltados à formação de professores, de modo particular, à formação continuada. Estudos que transcendam o nível exploratório de pesquisa e, que tragam reflexões e contribuições efetivas para a formação de professores em Modelagem Matemática (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b, p. 17).

Assim, o trabalho com Modelagem Matemática em cursos de formação continuada de professores, sobre o ponto de vista do "fazer modelagem" se sustenta tendo em vista a necessidade de aliar teoria e prática. No entanto, como afirmam Tambarussi e Klüber (2014b, p. 16) "o modo como essa aproximação tem sido realizada não tem contribuído para que haja uma efetiva implementação da Modelagem Matemática no contexto da sala de aula".

Diante do exposto, evidenciamos a necessidade de promover uma formação continuada que lhe proporcione a formação em Modelagem Matemática e uma reflexão sobre sua prática docente. Para tanto, na próxima sessão apresentaremos a concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática adotada neste trabalho.

1.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste tópico, visamos apresentar a Modelagem Matemática na Educação Matemática na concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que entendem a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, na qual é possível fazer uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema que não seja essencialmente da matemática. Além disto, apresentamos algumas possibilidades de implementação da Modelagem Matemática em sala de aula de acordo com a literatura da área.

Assim como nas concepções de Barbosa (2001); Bassanezi (2002); Biembengut (1999) e Burak (1992), para Almeida, Silva e Vertuan (2012) a Modelagem Matemática trabalha com situações-problema da realidade e são em geral, atividades investigativas. De acordo com os autores, uma atividade de Modelagem Matemática possui uma situação inicial (problemática) para uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial), como indicado na Figura 1. Contudo, há procedimentos interligando a situação inicial e a situação final desejada.

Figura 1 - A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática

Situação Inicial (problemática)

Procedimentos Situação Final (solução para situação inicial)

Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12)

A situação inicial (problemática) tem sua origem em um problema³ da realidade⁴ e a situação final desejada está associada a uma representação simplificada da problemática em termos matemático, esta representação é denominada de Modelo Matemático. O Modelo Matemático é utilizado na tentativa de descrever ou explicar a situação estudada sob a ótica de quem está desenvolvendo a atividade, podendo ser representado por uma linguagem ou por uma estrutura matemática. Ao obter um Modelo Matemático o objetivo não está na simples representação matemática, mas em obter a resposta de uma situação investigada.

³ O termo "problema" é entendido aqui como uma situação na qual o indivíduo não possui esquema a priori para sua solução. Assim, para a resolução de situações-problema, de modo geral, não há procedimentos previamente conhecidos ou solução já indicada (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

⁴ Apoiados em Blum e Niss (1991) assumimos como "problema da realidade" uma situação que pode ser idealizada, estruturada e simplificada com a finalidade de ser investigada e transformada em "um problema que permite uma abordagem por meio da matemática" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 19).

Podemos dizer, então, que um Modelo Matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Com efeito, um Modelo Matemático pode assumir diferentes sistemas e representações, tais como algébricas, gráficas, tabular, entre outras. Assim, a Modelagem Matemática visa a busca de soluções para situações-problema por meio de um Modelo Matemático.

O fato de a Modelagem Matemática envolver aspectos relacionados ao cotidiano e de apresentar relações que estão externas a matemática, envolvem um conjunto de fases necessárias para a configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, definidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação (Figura 2).

Situação Inicial (problemática)

Inteiração Resolução

Matematização Interpretação de resultados e Validação

Situação Final (solução para situação inicial)

Figura 2 - Fases de uma atividade de Modelagem Matemática

Fonte: Almeida; Silva e Vertuan (2012, p. 15)

A inteiração está ligada ao "ato de inteirar-se". Refere-se ao contato com as informações sobre a situação-problema da qual se pretende analisar, visando identificar as características e especificidades sobre o assunto. É nesta fase que ocorre a coleta de dados e que se remete à formulação do problema e as definições de estratégias para a sua resolução.

Na fase denominada de matematização ocorre a transição da linguagem natural para linguagem matemática. Ainda nesta fase, estão a formulação de hipóteses, seleções de variáveis e simplificações com relação às informações do problema definido.

A representação da situação em termos matemáticos ocorre na fase denominada de resolução. Nesta fase é elaborado um Modelo Matemático que visa representar a situação inicial, permitindo analisar aspectos relevantes e a busca por respostas às questões formuladas a partir do problema investigado. Os modelos matemáticos podem ser prescritivos ou descritivos, quando servem para prescrever comportamentos futuros ou descrever comportamentos de fenômenos, seja em ambientes educacionais ou profissionais.

Por fim, ocorre a interpretação de resultados e validação do Modelo Matemático desenvolvido, resultando em uma resposta para o problema. Esta análise dar-se-á pelos envolvidos na atividade considerando os procedimentos matemáticos e as adequações para a situação. Nas situações de ensino e de aprendizagem, como é o caso da alternativa pedagógica, é importante efetuar a comunicação da atividade de Modelagem Matemática.

O desenrolar das fases de uma atividade de Modelagem Matemática não é linear, e por vezes não ocorre da maneira descrita. No entanto, os modeladores de modo geral, podem usar tais fases como guias para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Este fato evidencia a dinamicidade da atividade de Modelagem Matemática em que o modelador está sempre em caminhos de 'ida' e 'vinda'.

Nosso entendimento de Modelagem Matemática está associado à Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, correspondendo a atividades cuja origem baseiase em uma problemática da realidade, não essencialmente matemático. Onde os procedimentos matemáticos emergentes não são previamente definidos, fazendo-se necessário a investigação de um problema, utilizando-se de conhecimentos matemáticos e extra matemáticos para o desenvolvimento de modelos que possibilitem solucionar a situação-problema.

1.3 POSSIBILIDADES DE IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

No que se refere a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, na Educação Básica, a discussão deve levar em consideração especificidades do contexto educacional, tais como o espaço escolar, a condução das atividades no currículo escolar, as aulas de matemática, a atuação do professor nas atividades de Modelagem Matemática e a familiarização dos alunos com este tipo de atividade.

Na esfera educacional, a Modelagem Matemática pode ser inserida em algumas aulas regulares para se trabalhar conteúdos matemáticos, em projetos extraclasse, ou ainda, combinando estas duas formas.

[...] diferentes possibilidades de inclusão da Modelagem Matemática no currículo escolar como: separação, combinação, alternativa da integração curricular e alternativa interdisciplinar integrada. As duas primeiras (separação e combinação) são alternativas mais convencionais nas quais a modelagem figura como atividade usada em algumas aulas e para alguns conteúdos do programa escolar na disciplina de Matemática nas diferentes séries. Já as das últimas (integração curricular e interdisciplinar integrada) são mais ousadas e defendem não a integração da Modelagem Matemática, mas a

modelagem como "orientadora" do programa de Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 21).

Quando à Modelagem Matemática é inserida nas aulas regulares de Matemática, presume-se que a prática de investigação e aplicações já seja frequentemente trabalhada. Neste caso, é possível trabalhar a introdução de conceitos matemáticos a partir de situações-problema, ou seja, novos conceitos podem ser explorados a partir da realização de uma situação-problema que deverá ser investigada. Para este caso, é fundamental que haja certa flexibilidade do professor e do programa escolar, pois no desenvolver de uma atividade pode surgir necessidades de conteúdos matemáticos que não são "tratáveis" naquele currículo ou naquela série em que se está trabalhando, assim como também pode surgir a necessidade de buscar conhecimentos em outras disciplinas ou outra área do conhecimento.

Já, quando há a inserção da Modelagem Matemática em horários e espaços extraclasse, existe maior liberdade do professor e dos alunos quanto à profundidade da investigação e ao atendimento do programa e de seu currículo predeterminado. Assim, o professor pode avançar em termos conceituais e procedimentais em relação à estrutura curricular estabelecida para este projeto e as aulas regulares de matemática permanecem inalteradas.

A combinação entre as duas inserções da Modelagem Matemática na Educação Básica descritas anteriormente, ou seja, nas aulas regulares e em projeto extraclasse, pode amenizar e diluir as limitações apresentadas em ambos os casos, pois a flexibilidade do professor e do programa escolar quanto ao currículo podem ser tratados em horários extraclasse, assim como, a prática de investigações começaram a ser inseridas nas aulas regulares de matemática de forma mais rotineira.

Seja qual for a forma de inserção da Modelagem Matemática na Educação Básica, a atuação do professor é fundamental no processo de ensino e de aprendizagem, pois "o que o professor faz nas aulas com modelagem tem repercussão direta sobre o que o aluno faz e como faz para aprender" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 20).

De fato, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), a passagem de uma aula expositiva seguida de exercícios para uma aula investigativa exige do professor a saída de sua 'zona de conforto' para uma 'zona de risco', ou seja, nas aulas expositivas nem sempre ocorrem situações imprevisíveis quanto aos conceitos matemáticos, que podem ocorrer nas aulas em que os processos investigativos predominam, característica das atividades de Modelagem Matemática.

Neste sentido, os autores enfatizam que com a implementação de atividades de Modelagem Matemática o professor deverá ter um papel de orientador nas atividades, assim ele deverá aconselhar 'caminhos' para os alunos percorrerem, sugerir procedimentos para desenvolvimento das atividades, fazer perguntas. Não há, neste processo investigativo, respostas prontas e acabas, mas ao mesmo tempo, o professor deverá mostrar que não "valetudo".

Se para o professor há a necessidade de uma mudança de atitudes frente à Modelagem Matemática, para o aluno não é diferente! As atividades que exigem investigação são desafiadoras e não usuais para os alunos, assim as atividades de Modelagem Matemática devem ser feitas como um convite ao aluno que vai se firmando e confirmando no decorrer de sua experiência. Os autores indicam que tal convite aos alunos deve ser feito de forma gradativa, fazendo com que o aluno vá se familiarizando com este tipo de atividade, respeitando momentos de inserção da atividade, e para isso é proposto três momentos de inserção (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Em um primeiro momento, o professor deve propor aos alunos, divididos em grupos, uma situação-problema. Neste caso, o tema da atividade é proposto pelo professor juntamente com os dados coletados e toda as informações necessárias. O desenvolvimento da atividade é feito pelos alunos e acompanhada da orientação do professor, que os guiará na interpretação da situação-problema, dos dados, na definição de variáveis, formulação de hipóteses, realização de simplificações, obtenção e validação de um Modelo Matemático e na solução da situação inicial.

A seguir, em um segundo momento, o professor sugere uma situação-problema ou um tema para os alunos, e estes, em grupo deverão complementar as informações sobre o tema pesquisado, formular um problema que necessita de solução, realizar a definição de variáveis, as simplificações necessárias, a formulação de hipóteses, a obtenção e validação do Modelo Matemático e por fim apresentar uma solução para a situação-problema inicial. Basicamente o que muda de um momento para o outro é a independência dos alunos nos procedimentos necessários para a solução de uma situação-problema.

Por fim, no terceiro momento, a atividade investigativa dos alunos ganha independência, e divididos em grupos, os alunos serão responsáveis pela condução da atividade de Modelagem Matemática, desde a definição do tema a ser investigado até a análise da solução obtida.

A orientação do professor ocorre em todos os momentos de familiarização com atividades de Modelagem Matemática, sendo mais intensa no primeiro e no segundo momento, mas tendo igual importância no terceiro momento, visto que guiar os alunos para o desenvolvimento da autonomia é tão importante quanto guiá-los no uso de procedimentos prédeterminados. Neste caminhar, os alunos desenvolvem a confiança, a independência e a autoridade para prosseguir com atividades de Modelagem Matemática, tornando-se participativos e responsáveis pelo processo de aprendizagem.

Os momentos de familiarização são sugestões apresentadas pelos pesquisadores Almeida, Silva e Vertuan (2012) para que as Atividades de Modelagem Matemática sejam inseridas na Educação Básica como um convite que vai ser firmando gradativamente, no entanto, não há um engessamento no que se refere à passagem de um momento para o outro, podendo o professor aumentar ou diminuir suas orientações nas Atividades conforme a necessidade dos alunos.

Para enriquecer e fomentar o referencial teórico sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e, em particular na Educação Básica, a seguir, apresentaremos uma análise dos dados provenientes de uma Revisão Sistemática de Literatura sobre as obras de Modelagem Matemática voltadas para a Educação Básica⁵, com a finalidade de fomentar e justificar o objetivo desta pesquisa para a formação continuada de professores que ensinam matemática na Educação Básica.

1.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA REVISÃO DE LITERATURA SOBRE OS PRINCIPAIS FOCOS DE PESQUISA

A fim de detalhar o estado da pesquisa contemporânea sobre Modelagem Matemática na Educação Básica buscamos por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura evidenciar os principais focos da pesquisa. A Revisão Sistemática de Literatura tratada nesta pesquisa foi planejada e executada com base nos pressupostos de Kitchenham (2004).

[...] um meio de avaliar e interpretar as pesquisas disponíveis para uma questão de pesquisa particular, um tópico de uma área, ou um fenômeno de interesse. Revisões sistemáticas objetivam apresentar uma avaliação justa de

⁵ Esta revisão sistemática da literatura foi utilizada como base para a submissão de um Artigo que se encontra em processo de avaliação na Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, desde 07 jun. 2019.

um tópico de pesquisa por meio do uso de uma metodologia confiável, rigorosa e passível de avaliação⁶ (KITCHENHAM, 2004, p. 4).

O protocolo de execução da revisão sistemática foi planejado com base nas indicações da autora: planejamento da revisão, realização da revisão, relatório da revisão. Neste contexto, a pesquisa foi identificada a partir do interesse nos usos da Modelagem Matemática na Educação Básica, estudos primários foram coletados em 1.356 periódicos qualificados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, nos estratos A1, A2, B1 e B2, da área de Ensino.

Para extração dos dados, critérios de inclusão foram considerados, no período compreendido entre os anos de 2013 e 2017: os periódicos qualificados deveriam ser nacionais e apresentar banco de dados digital (577 periódicos); o título, resumo ou palavras-chave do artigo investigado deveria conter ao menos um dos termos 'Modelagem Matemática', 'Modelo Matemático', 'Modelação', 'Mathematical Modeling', 'Mathematical Modelling', 'Mathematical Modelling', 'Mathematical Model', 'Modeling' ou 'Modelling'. Da extração e monitoramento dos dados 295 artigos foram selecionados, dos quais 64 se referiam à Educação Básica, contemplando algum dos termos 'Ensino Fundamental', 'Ensino Médio', 'Basic Education', 'Elementary School' ou 'High School'.

Para cada artigo encontrado atribuímos um código alfanumérico: para os artigos voltados para a Educação Básica foram atribuídas as letras EB, e em geral, são artigos que trazem contribuições para ambos os níveis de ensino (fundamental e médio); para os artigos específicos do Ensino Médio, foi atribuído o código EM e para os artigos específicos do Ensino Fundamental, foi atribuído o código EF. Após cada código foi atribuído um número sequencial, aleatoriamente e sucessivamente (Quadro 1).

Quadro 1 - Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de Literatura (início)

Código	Título	Autor(es)
EB01	A formação continuada de professores de matemática da Educação Básica em Modelagem Matemática: Possibilidades da Educação à Distância online via software Moodle.	Ferreira; Burak (2016)
EB02	A transformação do texto pedagógico do planejamento do ambiente de Modelagem Matemática na prática pedagógica escolar	Silva; Oliveira (2014)
EB03	Avaliação em atividade de Modelagem Matemática na Educação Oliveira; Matemática: o que dizem os professores? (2017)	
EB04	Formação continuada e Modelagem Matemática: Percepções de professores	Scheller; Bonotto; Biembengut (2015)

⁶ Nossa tradução de: "A systematic review is a means of evaluating and interpreting all available research relevant to a particular research question, topic area, or phenomenon of interest. Systematic reviews aim to present a fair evaluation of a research topic by using a trustworthy, rigorous, and auditable methodology".

Modelagem ma unlas de matemática: Reflexos da formação inicial na Educação Básica Modelagem Matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada (2015) Ceolim: Caldeira (2017) Ceolim: Caldeira (2014) Ceolim: Caldeira (2015) Ceolim: Caldeira (2016) Ceolim: Caldeira (2015)	Quadro 1	- Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de l	Literatura (continua)
EB07 Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos segundo professores da Educação Básica EB08 Modelagem Matemática: Abordagens na Educação Básica na perspectiva da Educação Matemática (2017) EB09 Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de matemática para a paz EB10 Modelagem no cárcere: Educação matemática para a paz EB11 O ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional EB12 Prática de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de matemática: eta de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de matemática: para e paz EB13 Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática a provém do professor o que está em jogo? EB14 Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática a modalidade a distância EB15 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EF01 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractatis EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Pereira; et. al. (2017) EF03 Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Acrogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e Acrogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF06 Modelagem Matemática or Cenologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF08 Modelagem Matemática or Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise Modelagem Matemática in Sunda para o Ensino Fundamental: Uma proposta para o Sº ano Modelagem Matemática sos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta	EB05		Malheiros (2016)
BB08	EB06	formação continuada	(2015)
EB09 perspectiva da Educação Matemática Crítica EB09 Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de matemática para a paz EB10 Modelagem no cárcere: Educação matemática para a paz EB11 O ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a patri de pesquisas de Mestrado Profissional EB12 Prática de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões EB13 Problematizando cnunciados no discurso da Modelagem Matemática para vere de provem do professor: o que está em jogo? EB14 Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática provém do professor: o que está em jogo? EB15 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EF01 A Modelagem Matemática em de en describações para a parendizagem dos Fractais EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Pormação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF06 Modelagem Matemática e melos inno de matemática EF07 Modelagem Matemática em disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF10 Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais Modelagem Matemática nos Anos Iniciais pes	EB07	segundo professores da Educação Básica	(2015)
reflexividade do professor de matemática B10 Modelagem no cárcere: Educação matemática para a paz C2014) C10 ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional C10 ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional C10 ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissorea de matemática: relato e reflexões C10 ensino de estatística e probabilidade na formação inicial de professores de matemática: puarte (2016) C10 ensino de estatística e probabilidade na formação inicial de professores de matemática pourte (2016) C10 ensino de estatística e propriativa de desta de Modelagem Matemática: puarte (2016) C10 ensino de estatística e de Modelagem Matemática de professores de matemática provém do professores de de tema em atividades de Modelagem Matemática na modalidade a distância C10 ensino de estatística e de matemática na formação continuada de provem do professores de matemática na modalidade a distância C10 ensino de estatística e Algumas comprensões C10 ensino de matemática e Algumas comprensões C10 ensino (2015) C10 ensino de matemática e Algumas comprensões para a melhoria no ensino de matemática: Contribuições para a interdisciplinaridade na sala de aula C10 ensino de matemática e Algumas comprensões para a interdisciplinaridade na sala de aula C10 ensino de matemática e Algumas comprensio de matemática e C10 ensino função afime meio ambiente no ensino de matemática C10 ensino de matemática e Algumas comprensio de matemática e Eres (2015) C10 ensino de m	EB08		-
EB10 Modelagem no carcere: Educação matematica para a paz EB11 O ensino de estatística e probabilidade na Educação Básica: Atividade e projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional EB12 Prática de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões EB13 Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática EB14 Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática provém do professor: o que está em jogo? EB15 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma experiência na formação continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EB16 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a parendizagem dos Fractais EF01 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF03 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF04 Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com função afim e meio ambiente no ensino de matemática EF05 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF06 Modelagem Matemática e disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF07 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF08 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2015) EF08 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2016) EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano EF11 Modelagem Matemática: Uma profesta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano Mode	EB09		·
EB12 Projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional EB12 Prática de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões EB13 Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática EB14 Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática provém do professor: o que está em jogo? EB15 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma experiência na formação continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EB16 Uma evência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EF01 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractais EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF03 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF04 Modelagem Matemática e e isimulações interativas: uma experiência com (2015) EF05 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais pesquisas, práticas e formação de professores Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de mat	EB10	Modelagem no cárcere: Educação matemática para a paz	-
EB13 Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática Duarte (2016) EB14 Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática provém do professor: o que está em jogo? EB15 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EF01 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractais EF02 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractais EF03 Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF08 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF09 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Oconamo, Rehfeldt; Quartieri; Giongo (2017) EF12 Modelagem Matemática: Uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Oconamo, Rehfeldt; Quartieri; Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática fica; Giongo (2017) EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EB11	projetos gerados a partir de pesquisas de Mestrado Profissional	Souza; et. al., (2013)
EB15 Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática provém do professor: o que está em jogo? EB16 Uma experiência na formação continuada de professores de matemática na modalidade a distância EB16 Uma vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões EF01 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractatis EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Pereira; et. al. (2017) EF03 Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com função afim e meio ambiente no ensino de matemática EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF08 Modelagem Matemática o Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2015) EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um proposta para o 5º ano EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Giongo; Kuhn (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Giongo; Kuhn (2016) EF11 Modelagem Matemática uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática on soa (2016)	EB12		· · ·
EB15 Drovém do professor: o que está em jogo? C2014 EB15	EB13	Problematizando enunciados no discurso da Modelagem Matemática	Duarte (2016)
EB15 Uma experiencia na normação continuada de professores de matematica na modalidade a distância EB16 Uma vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de professores de Matemática: Algumas compreensões Malheiros (2015) EF01 A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos Fractais EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF06 Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com função afim e meio ambiente no ensino de matemática EF07 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF08 Modelagem Matemática en disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o ensino de matemática Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais D museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água	EB14		(2014)
Professores de Matemática: Algumas compreensões Malheiros (2015)	EB15	1 1	Júnior; Palharini
aprendizagem dos Fractais EF02 A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática EF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula EF05 Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com função afim e meio ambiente no ensino de matemática EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática em disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2016) EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Giongo; Kuhn (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais pesquisas, práticas e formação de professores Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática Giongo (2017) EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EB16		
Formação continuada e Modelagem Matemática: Contribuições para a melhoria no ensino de matemática Quartieri (2016)	EF01		Komar; et. al. (2017)
BF04 Modelagem Matemática e Aerogeradores: Uma possibilidade para interdisciplinaridade na sala de aula (2015) EF05 Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com função afim e meio ambiente no ensino de matemática (2017) EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica (2015) EF07 Modelagem Matemática em disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? (2017) EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise (2014) EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária (2015) EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros (2016) EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores (2016) EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais (2016) EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água (2016)	EF02	A Modelagem Matemática para o ensino da Geometria - Relação de Euler	Pereira; et. al. (2017)
Interdisciplinaridade na sala de aula	EF03		
EF06 Modelagem Matemática e Tecnologia na perspectiva crítica EF07 Modelagem Matemática em disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um a proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Giongo (2014) EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais: Pojeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF04	interdisciplinaridade na sala de aula	(2015)
EF06 Modelagem Matemática e recnologia na perspectiva critica EF07 Modelagem Matemática em disciplinas do ensino superior: O que manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática Giongo (2017) EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água (2015) Vertuan; Silva; Borsoi (2017) Almeida; Tortola (2014) Eurak; Martins (2015) Zanella; Kato (2016) Souza; Luna (2016) Souza; Luna (2014) Souza; Luna (2014) Souza; Rosa (2016)	EF05		(2017)
manifestam os estudantes? EF08 Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: A linguagem de alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais EF15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Borssoi (2017) Almeida; Tortola (2014) Eaurak; Martins (2015) Zanella; Kato (2016) Eongo; Kuhn (2016) Souza; Luna (2014) Rehfeldt; Quartieri; Giongo (2017) Souza; Rosa (2016) FE15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF06		(2015)
alunos como foco de análise EF09 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Uma discussão necessária EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática fiongo (2017) Souza; Rosa (2016) Souza; Rosa (2016) Souza; Rosa (2016)	EF07	manifestam os estudantes?	Borssoi (2017)
discussão necessária (2015) EF10 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5° ano (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF08	alunos como foco de análise	(2014)
EF10 Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais EF11 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma proposta para o 5º ano (2016) EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF09	discussão necessária	· ·
Uma proposta para o 5° ano EF12 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água (2016) Souza; Luna (2014) Rehfeldt; Quartieri; Giongo (2017) Souza; Rosa (2016) FE15 O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF10	Um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos Parâmetros	= -
formação de professores EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF11		_
EF13 Modelagem Matemática: uma prática realizada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental Giongo (2017) EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF12	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e	Souza; Luna (2014)
EF14 Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino de matemática nos Anos Iniciais O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF13		_
O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água Fick; Giglio; Lara	EF14		<u> </u>
	EF15	O museu como espaço interdisciplinar: Projeto de reutilização da água	

Quadro 1 - Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de Literatura (continua)

Quadro 1	- Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de l	Literatura (continua)
EF16	Procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental em uma atividade de Modelagem Matemática	Castro; Veronez (2017)
EF17	Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Tortola; Almeida (2013)
EF18	Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática	Tortola; Almeida (2016)
EM01	A conversão entre diferentes registros de representação semiótica em uma atividade de Modelagem Matemática	Costa, et. al. (2015)
EM02	A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: contribuições das atividades sobre energia elétrica	Soares; Santos Júnior, (2016)
EM03	A Modelagem Matemática no estudo de funções exponenciais	Gonçalves; Menegais (2016)
EM04	A utilização da Modelagem Matemática como metodologia facilitadora e motivadora no processo de ensino/aprendizagem	Duncan, et. al., (2015)
EM05	A utilização de tecnologias digitais nos primeiros passos na arte da pesquisa: uma experiência de Modelagem	Scheller; Biembengut, (2013)
EM06	Aplicação das Cadeias de Markov no estudo do controle biológico da planta aquática Eichhornia azurea	Silveira Júnior; Silveira, (2015)
EM07	Aprendizagem matemática no contexto educacional ribeirinho: A análise de registros de representação semiótica em atividades de Modelagem Matemática	Pinheiro; Alves; Silva (2016)
EM08	Aquecimento e resfriamento da água, aproximados à forma real	Oliveira Júnior, et. al. (2016)
EM09	Competências de Modelagem Matemática: Uma reflexão com professores do Ensino Médio	Bertolucci (2015)
EM10	Concepção de não neutralidade dos modelos matemáticos: uma experiência no ensino médio	Melo; Chrispino, (2013)
EM11	Educação Comparada: uma análise dos Currículos prescritos de Matemática de Brasil e México	Silva; Almouloud, (2017)
EM12	Educação matemática na educação profissional de Nível Médio: Análise sobre possibilidades de abordagens interdisciplinares	Gonçalves; Pires (2014)
EM13	Ensino e Aprendizagem de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra aliado à Modelagem Matemática	Melo; Fireman, (2016)
EM14	Etnofísica, Modelagem Matemática, geometria Tudo no mesmo Manuzá	Souza, (2013)
EM15	Implicações de uma prática pedagógica envolvendo Modelagem Matemática e o tema Bicicleta	Santos; Quartieri, (2016)
EM16	Inteirações entre construção e inteiração de gráficos estatísticos em projetos de Modelagem Matemática com uso de tecnologias de informação e comunicação	Diniz; Fernandes, (2016)
EM17	Modelagem de objetos Campeiros: Investigação centrada nas ideias da Educação Matemática Realista	Goerch; Bisognin, (2014)
EM18	Modelagem Matemática Crítica com Investigação	Sodré; Santo, (2013)
EM19	Modelagem Matemática e Bicicleta: Investigação do custo benefício deste meio de transporte	Santos; Quartieri, (2014)
EM20	Modelagem Matemática e Leishmaniose: possibilidade de relação entre biologia e matemática	Strohschoen; Reis; Quartieri, (2016)
EM21	Modelagem Matemática no GeoGebra: Uma análise a partir dos registros de representação semiótica	Viana; Boiago, (2015)
EM22	Modelagem Matemática: descobrindo o volume em uma forma de bolo	Rehfeldt; Puhl; Neide, (2017)
EM23	O ensino de estatística mediado pela Modelagem Matemática	Cataneo; Martins; Burak, (2016)
EM24	O projeto "lançamento de projéteis": Uma perspectiva para o ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Médio	Ninow; Kaiber, (2016)
EM25	Práticas de Monitoramento Cognitivo em atividades de Modelagem Matemática	Rehfeldt; Dente; Neide, (2017)

Quadro 1 - Código, título e autores dos dados da Revisão Sistemática de Literatura (conclusão)

EM26	Práticas pedagógicas: Formação na licenciatura em Matemática	Beltrão, et. al., (2017)
EM27	Utilização da Modelagem para explorar conceitos matemáticos por meio da construção de maquetes	Haliski; Silva, (2013)
EM28	Utilização do GeoGebra na resolução de problemas físicos: Uma possibilidade para a Modelagem Matemática na Educação Matemática	Martins; Doefing; Bartz (2017)
EM29	Vídeos digitais nos trabalhos de Modelagem Matemática	Domingues; Borba, (2017)
EM30	EM30 Modelagem Matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação	

Fonte: dos autores (2019)

Distribuídas por níveis de ensino, 16 pesquisas tinham o foco na Educação Básica, 18 pesquisas tiveram foco no Ensino Fundamental e 30 voltaram-se para o Ensino Médio. De maneira geral, os trabalhos abordam estudos voltados para a formação docente, avaliações em atividades de Modelagem Matemática, reflexão do professor, entre outros. Desta maneira, após analisados, os artigos foram categorizados em três eixos emergentes, a saber: Pesquisas sobre Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica, Pesquisas sobre as concepções e compreensões dos professores da Educação Básica e Pesquisas sobre a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica (Quadro 2).

Quadro 2 - Síntese dos artigos por eixos emergentes

Eixo	Códigos
Pesquisas sobre Modelagem Matemática <u>desenvolvidas</u> na Educação Básica	EB08; EB10; EF01; EF02; EF04; EF05; EF06; EF08; EF15; EF16; EF17; EF18; EM01; EM02; EM03; EF10; EM04; EM05; EM06; EM07; EM08; EM10; EM13; EF11; EM14; EM15; EM16; EM17; EM18; EM19; EM20; EM21; EM22; EM23; EM24; EM27; EM28; EM30;
Pesquisas sobre as <i>concepções e compreensões</i> dos professores da Educação Básica	EB04; EB13; EM09.
Pesquisas sobre a <u>formação inicial e continuada</u> de professores da Educação Básica	EB01; EB02; EB03; EB05; EB06; EB07; EB09; EB11; EB12; EB14; EB15; EB16; EF03; EF07; EF09; EM29;

Fonte: dos autores (2019).

As pesquisas que abordam sobre Modelagem Matemática desenvolvidas <u>na</u> Educação Básica, consideram o ensino da matemática de forma contextualizada, relacionando a matemática com outras áreas do conhecimento, possibilitando a reflexão social, econômica, política e ambientais dos estudantes. Já as pesquisas que consideram as concepções e compreensões dos professores da Educação Básica, fazem uma reflexão quanto a percepções dos professores sobre a Modelagem Matemática, bem como a compreensão que expressam quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática. Por fim, as pesquisas referentes à

formação inicial e continuada de professores da Educação Básica, são realizadas em cursos de formação de professores, que versam sobre a motivação dos alunos, a atuação dos professores em atividades de Modelagem Matemática, sobre o uso de tecnologias digitais educacionais aliados à Atividades de Modelagem Matemática para auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática e sobre as inseguranças e obstáculos que os professores encontram ao utilizarem a Modelagem Matemática em sala de aula.

Diante os dados coletados, apresenta-se a seguir as discussões a respeito dos três eixos emergentes da análise dos dados coletados, contemplados no Quadro 2. Neste sentido, vale reiterar que prevalecem pesquisas que abordam sobre a Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica, seguido das pesquisas que consideram a formação inicial e continuada de professores, resultando em poucos trabalhos dedicados a compreender as concepções dos professores da Educação Básica quanto à Modelagem Matemática.

1.4.1 Sobre as pesquisas de Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica

De modo geral, as pesquisas sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática apontam para o rompimento de práticas pedagógicas voltadas para o ensino de matemática sem conexão entre os conteúdos e também com outras áreas do conhecimento (EB08; EF02; EF10; EF11; EF17; EM03; EM04; EM06; EM07; EM08; EM14; EM18; EM20; EM22; EM23; EM24; EM27 e EM28); sobre o monitoramento cognitivo dos alunos e suas linguagens (EF16); sobre a possibilidade de reflexões sociais, econômicas, políticas e ambientais (EB10; EF04; EF15; EM02; EM02; EM10; EM15 e EM19) e sobre a articulação entre a Modelagem Matemática e o uso de tecnologias digitais educacionais (EF01; EF05; EF06; EF18; EM01; EM05; EM13; EM16; EM17; EM21 e EM30).

A necessidade do rompimento com práticas pedagógicas voltadas ao ensino de matemática de modo mecânico e descontextualizado, foi evidenciada nas pesquisas, tendo como argumentação a participação ativa dos alunos em aulas de matemática, a reflexão crítica dos alunos, aulas dinâmicas, a interação mútua entre alunos e professores, os conteúdos contextualizados, a atribuição de sentidos e significados aos conteúdos de matemática, valorização dos conhecimentos prévios dos alunos entre outras ações que a Modelagem Matemática pode proporcionar. As pesquisas EF02; EF10; EF11; EF17; EM03; EM04; EM06, EM07; EM08; EM14; EM18; EM20; EM22; EM23; EM24; EM27 e EM28, apresentam as características citadas.

Os autores da pesquisa EF02 relataram a experiência desenvolvida por graduandos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID em um projeto de matemática com alunos do Ensino Fundamental cujo tema delineado pelos professores foi a Relação Euler - Poincaré, ao iniciarem o projeto foi proposta uma discussão entre os alunos com objetivo de motivá-los a inteirar-se do assunto em questão, em seguida foi desenvolvida atividades com objetivo de estimular os alunos a percepção e relações existentes em cada sólido, após esta etapa os alunos desenvolveram um Modelo Matemático que representa a Relação Euler-Poincaré, os resultados do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática evidenciaram a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem.

Na pesquisa EM22, os autores apresentam resultados de uma intervenção pedagógica com objetivo de trabalhar o conteúdo de volume de sólidos geométricos com alunos do Ensino Médio, o tema proposto pela professora para esta atividade de Modelagem Matemática o cálculo do volume de massa de uma forma de bolo. Os resultados evidenciaram a aplicabilidade da matemática no contexto dos alunos, a participação dos estudantes foi ativa, no entanto, os autores apresentaram dificuldades no desenvolvimento desta atividade devido ao número elevado de alunos em sala de aula.

Na pesquisa EF10, os autores apresentam diferentes ações de alunos do Ensino Fundamental que foram evidenciadas a partir das operações matemáticas que eles dispõem em consonância com os objetivos propostos para o ensino de matemática pelos Parâmetros Curriculares Nacionais aos objetivos propostos no ensino de matemática.

Objetivando analisar as contribuições da Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar, a pesquisa EM18 descreve uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Médio onde criou oportunidades para a socialização do desenvolvimento da atividade após a investigação em grupo do seguinte problema proposto "Em uma fotografia tia Sara mede 4 cm de altura e tio Robert 5 cm. Após aumentar a foto Sara mede 10 cm. Quanto Robert mede então na foto expandida?". A socialização fomentou a competência crítica-reflexiva do aluno, além de possibilitar a articulação de diferentes objetos matemáticos que, de maneira geral, são tratados de forma isolada e desconexa no ambiente escolar. Os autores ainda evidenciam o papel do aluno como sujeito envolvido na situação de aprendizagem, capaz de tomar decisões e sustentá-las com argumentos matemáticos, valendo-se de suas experiências na investigação, evidenciando assim, uma mudança de postura do aluno frente a construção e desconstrução da resposta mais aceita

socialmente, superando a postura escolar na qual os alunos buscam resposta simplesmente pela resposta, sem atribuição de sentido ou de significado ao que se estuda.

Investigar se a utilização da Modelagem Matemática como facilitadora na construção de conhecimentos matemáticos e ainda ensejar aos alunos melhor compreensão dos conteúdos foi o objetivo da pesquisa EM04. Esta pesquisa foi feita com alunos do Ensino Médio, que desenvolveram atividades de Modelagem Matemática em dois projetos, o primeiro sobre "Estimativa de orçamento para construção de um telhado tipo colonial na residência dos alunos", e o segundo sobre "modelo para a construção da cobertura de uma quadra esportiva", ambos os temas foram propostos pelos professores e tiveram como objetivo de desenvolver um estudo dos conteúdos de área, trigonometria e função do segundo grau, os resultados apontam para aulas mais dinâmicas com maior interação entre os alunos e professores, estimulando a curiosidade dos alunos, fator determinante para os processos de ensino e de aprendizagem.

A pesquisa EM14, apresenta uma intervenção pedagógica no sentido de trabalhar conteúdos de trigonometria com alunos do Ensino Médio na construção de um teodolito caseiro, instrumento utilizado na medição de ângulo. Nesta pesquisa a Modelagem Matemática apresentou-se como uma possibilidade para despertar o interesse dos alunos por tópicos matemáticos desconhecidos e transcender práticas convencionais de ensino.

Os autores EM27 relatam uma experiência com alunos do Ensino Médio que apresentam dificuldades em assimilar os conceitos matemáticos, assim como dificuldades na interpretação de resoluções de problemas aliado a falta de domínio de conhecimentos matemáticos básicos, após uma conversa prévia com a turma sobre a atividade de Modelagem Matemática foi proposto aos alunos a escolha de um tema para iniciar os estudos que foi a construção de uma maquete, mais especificamente a construção da maquete da escola, assim este trabalho possibilitou a troca de ideias fazendo com que os alunos se ajudassem mutuamente permitindo a facilitação na construção do conhecimento, despertando o interesse dos alunos pela matemática ao contextualizar estes estudos com tema da realidade local.

Este resultado também é corroborado pela pesquisa de EM03, que apresentou dados de uma intervenção pedagógica com alunos do Ensino Médio utilizando a Modelagem Matemática em dois momentos distintos, o primeiro para introduzir estudos sobre o conteúdo de funções exponenciais, abordando a atividade de Modelagem Matemática sobre "o prêmio de um real que dobraria a cada dia", e o segundo momento com outra atividade de Modelagem Matemática cuja situação-problema é semelhante à primeira em contexto diferente apresentada como "os grãos de milho no tabuleiro de xadrez", neste caso ambos os temas foram propostos

pelos professores e entre estes dois momentos o conteúdo de funções exponenciais foram abordados, os resultados apontam para a participação ativa dos alunos no processo onde os mesmos tornaram-se responsáveis pela solução das atividades que lhes foram propostas, evidenciando a responsabilidade dos mesmos no processo de aprendizagem.

No artigo EB08, o objetivo foi investigar concepções atribuídas à Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica evidenciando assim três categorias que convergem entre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática Crítica, com relação à democracia na sala de aula, ao desenvolvimento de competência crítica e autonomia, por parte dos estudantes, a partir do conhecimento reflexivo; desenvolvido por meio das reflexões possibilitadas pelo ambiente de problematização; e de investigação e de reflexão proporcionado pelas atividades de Modelagem Matemática.

A pesquisa de EF17, foi realizada com alunos do Ensino Fundamental, visando apresentar o potencial da Modelagem Matemática em contemplar conteúdo curriculares de Matemática, os autores apresentam a Modelagem Matemática não está focada na abordagem de um conteúdo específico o que é frequente nos exercícios de fixação, no entanto, em uma abordagem que seja capaz de abordar diferentes conteúdos matemáticos de forma articulada.

A pesquisa de EM07 apresenta uma análise cognitiva dos registros de representação semiótica feita por alunos do Ensino Médio em atividades de Modelagem Matemática sobre o tema manejo sustentável do açaí para o estudo da função de primeiro grau. A escolha do tema, por parte do professor, se deu devido à atividade econômica predominante na região e pelo fato de coincidir, à época, com o período de safra e a atividade foi desenvolvida em duas etapas, na primeira, um debate entre os alunos foi realizado sobre a melhor forma para solucionar a situação-problema que foi proposto pelo professor sobre o manejo do açaí, na segunda etapa houve a socialização das respostas elaboradas pelos grupos. Os resultados mostraram a dificuldade dos alunos com a mobilização de conhecimentos matemáticos, tais como: operações com conjuntos numéricos, inclusão, união e intersecção. Os autores evidenciaram, ainda, aspectos da falta de atribuição de significados dos alunos com relação aos procedimentos, mostrando a mecanização dos conceitos e instabilidade dos conhecimentos prévios com relação ao resultado obtido. Nessa pesquisa acentua-se a dificuldade em um primeiro momento com o rompimento da prática expositiva e a conversão para o direcionamento do aluno com agente protagonista de sua aprendizagem.

Para superar a falta de significados dos conteúdos matemáticos, que em geral são apresentados de forma expositiva, os autores EM23 desenvolveram uma atividade de Modelagem Matemática com alunos do Ensino Médio, por meio de um "minicenso" proposto pelo professor em busca da resposta às perguntas 'atualmente, quem é o aluno que estuda no colégio? Onde ele mora? Ele gosta de estudar?' a partir destas questões estudos foram em quatro momentos, o primeiro momento foi sobre o censo em geral, em um segundo momento estudos sobre instrumentos de coleta de dados, modelos de questionários, entre outros, para buscar elementos que possibilitasse a coleta de dados para solucionar a questão e no terceiro momento houve a aplicação do questionário que antecedeu a contabilização das respostas, por fim no quarto momento a busca por representar os dados coletados para responder a questão, o qual possibilitou as reflexões e discussões dos alunos não apenas sobre os conteúdos matemáticos, mas também sobre outros aspectos envolvidos na abordagem do tema. Ademais, oportunizou o processo de revisão de conceitos, que em geral estavam esquecidos ou foram aprendidos sem significação.

Com objetivo de relatar uma atividade de Modelagem Matemática a partir do tema "Fractais" cuja escolha se deu por parte dos alunos, EF01 desenvolveram uma atividade com alunos do Ensino Médio. Segundo os pesquisadores, esta atividade proporcionou aos alunos a possibilidade de relacionar o conteúdo estudado com a semelhança de estruturas reais da natureza como a couve-flor, ramo de cedro, brócolis entre outras. Este fato determinou o potencial da atividade e a relação do conteúdo estudado com conhecimento prévio do aluno, além de destacar a importância da relação com outras áreas do conhecimento, para que temas de interesse dos estudantes possam ser explorados com objetivo de motivá-los. Neste sentido, a pesquisa EF11 sinaliza a importância de considerar, no desenvolvimento da atividade, o que os alunos já sabem para que estabeleçam conexões com situações anteriormente vivenciadas, e ainda evidenciam que a matemática tratada de forma interdisciplinar é uma característica das atividades de Modelagem Matemática, podendo contribuir para que os alunos atribuam significados ao conteúdo estudado, pois ao se trabalhar com situações-problema da realidade, diferentes áreas do conhecimento entram em cena.

De maneira análoga, relacionar a matemática com outras disciplinas pode ser um meio para romper com o ensino de conteúdos fracionado da matemática, sem relação entre si e entre outras ciências.

Neste sentido de relacionar a matemática com outras ciências, os pesquisadores EM08, desenvolveram um projeto de iniciação científica para alunos a fim de

relacionar o estudo de matemática e física sobre o conteúdo de calorimetria, onde a reflexão deu-se no sentido de "se aquecermos, com um ebulidor⁷ de imersão, uma proporção muito grande de água, observamos que a temperatura da água continuará aumentando mesmo depois de desligarmos a fonte térmica." Assim, baseado na questão norteadora "Se desligarmos o ebulidor, que é a fonte de energia térmica deste sistema, como pode a temperatura da água continuar subindo?". Mediante as conclusões dos estudantes envolvidos neste experimento, foi possível perceber a relação entre os conceitos da matemática e da física evidenciando a superação do estudo fracionados de ambos conhecimentos, vale destacar a utilização do termo "inércia térmica" para explicar a resistência do sistema à mudança de temperatura, que faz alusão à primeira Lei de Newton, evidenciando, portanto, a sincronia entre os conteúdos da física. Neste mesmo contexto, a pesquisa EM24 apresentou um projeto com alunos do Ensino Médio denominado de 'Lançamento de Projéteis', o qual possibilitou trabalhar a relação entre matemática e física mais especificamente nos conteúdos de funções afim, funções quadráticas, movimento retilíneo uniforme e movimento retilíneo uniformemente variado, utilizando-se do software Excel. Este projeto gerou um expressivo conjunto de dados coletados de forma experimental. Os autores evidenciam a possibilidade buscar soluções com aproximações e modelos já existentes, no entanto, foi oportunizado o confronto de cálculos, a verificação de hipóteses e o descarte de soluções que não atendiam ao problema, bem como sinaliza-se o desenvolvimento da capacidade de estabelecer relações entre propriedades dos conceitos e de realizar cálculos com medidas de comprimentos, ângulos e áreas.

No que tange à articulação entre Biologia e Matemática, EM20 trata um relato de experiência acerca de uma prática pedagógica envolvendo a Modelagem Matemática com alunos do Ensino Médio, cujo tema foi a Leishmaniose, e apontam para enriquecimento no conhecimento articulado entre as ciências Já EM06 utilizaram a Modelagem Matemática para fazer um estudo inicial de controle biológico de plantas aquáticas por meio da inserção de insetos predadores destas plantas para mostrar que a Modelagem Matemática é um método usado por pesquisadores da área da ecologia na resolução de problemas reais e que pode ser inserida nos processos de ensino e de aprendizagem. Assim, pretendendo estimar o número de inseto necessário para cada represa da região, os autores evidenciaram que a Modelagem Matemática proporcionou efetuar os estudos a fim de minimizar os custos operacionais. Neste estudo, a relação com a Cadeia de Markov apontaram para a solução do controle de tais plantas

•

⁷ Ebulidor é um aquecedor elétrico.

aquáticas. Desta forma, a união da matemática com problemas ambientais constituiu-se uma maneira de avaliar parâmetros e predizer resultados.

Ao trabalhar com atividades de Modelagem Matemática há a possiblidade de identificar ações tomadas pelos alunos nos desenvolvimentos das atividades evidenciando atribuições de sentido e significado ao conteúdo trabalho, de tal forma a pesquisa EF16 apresentaram resultados destas ações.

A pesquisa feita por EF16 relata os procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental ao desenvolver uma atividade cujo tema proposto pelo professor foi a Erva-Doce e justifica a escolha por considerar o fato de que a região onde se desenvolveu a pesquisa possui inúmeras propriedades que cultivam a produção desta planta e também a familiaridade dos alunos com esta realidade. Ao decorrer do desenvolvimento da atividade os pesquisadores observaram ações cognitivas como: compreensão da situação estudada, estruturação da situação, matematização, a interpretação e validação dos resultados e a argumentação e comunicação de resultados. As ações cognitivas manifestadas pelos alunos mostram que não há uma linearidade, onde há movimentos de ida e vindas nas atividades este fato acaba por provocar nos alunos o retorno e repensar em aspectos que já foram considerados e os reavaliassem quando necessário. Tais movimentos provocam no aluno a reflexão sobre o repensar, modificar e alterar os procedimentos para avaliar suas conclusões sobre a resposta obtida e assim acabam por fazer com que o aluno supere a busca de uma resposta sem significado, este fato acaba por atribuir sentido ao conteúdo estudado.

Ao se trabalhar com atividades de Modelagem Matemática de forma contextualizada, é inevitável levantar reflexões sobre os aspectos voltados para o convívio social, econômico, político e científico. As pesquisas, EB10; EM02; EM10; EM15 e EM19 evidenciam resultados destas reflexões.

Os pesquisadores EM15 desenvolveram uma atividade de Modelagem Matemática com objetivo de investigar as implicações pedagógicas e sociais. Neste sentido, os autores evidenciaram a relevância do trabalho com assuntos do cotidiano dos alunos, de modo que a prática pedagógica possibilitou a discussão de questões provenientes de vários assuntos, sejam eles matemáticos ou não, mostrando a capacidade das atividades de Modelagem Matemática de ultrapassar as paredes da sala de aula alcançando proporções sociais.

De forma análoga, podemos também verificar as contribuições sociais decorrente de atividades de Modelagem Matemática apresentadas no relato da prática docente dos autores da pesquisa EM19, que desenvolveram atividade com alunos do Ensino Médio e

utilizando como tema uma Bicicleta, e trabalhou reflexões sobre poluição proveniente dos veículos automotores, custo dos transportes públicos e custos federais, estaduais e municipais dos transportes privados. Os autores relatam os aportes da matemática para a formação de cidadãos e suas contribuições sociais ao propor e analisar o custo-benefício do uso da bicicleta como meio de transportes e proporcionar momentos de reflexão referente aos impactos ao meio ambiente.

Nesta perspectiva, a pesquisa realizada por EM02 apresenta as contribuições das atividades de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de matemática e física com alunos do Ensino Médio, cujo tema proposto pelo professor para o estudo foi a Energia Elétrica. Vale ressaltar que a professora e pesquisadora atuavam no ensino de física e utilizou-se da Modelagem Matemática, de modo que os resultados apresentam aspectos positivos quanto a prática da Modelagem Matemática, com os alunos conseguindo relacionar os conceitos físicos, como potência, eletricidade e energia elétrica, trabalho de uma força, rendimento, entre outros, com o consumo de energia elétrica dos aparelhos residenciais e sua relação matemática. Além disso, destaca-se a relevância do tema estudado no sentido social e econômico, enfatizando a percepção dos alunos acerca da importância do consumo consciente de energia elétrica, bem como de seus impactos ambientais.

Os pesquisadores EM10, observaram as contribuições da Modelagem Matemática sobre a concepção de não neutralidade dos modelos matemáticos. Neutralidade neste contexto, diz respeito a tornar o conhecimento matemático mais 'exato' que os demais conhecimentos, portanto se a matemática é uma ciência exata, logo o Modelo Matemático é um modelo 'exato', ou seja, neutro. Nesta pesquisa, os autores propõem a atividade de Modelagem Matemática cujo tema foi relacionado às empresas de transportes, no sentido de apresentarem a não neutralidade do Modelo Matemático. Assim, após o desenvolvimento das atividades com alunos do Ensino Médio, os autores apresentam as reflexões realizadas pelos alunos sobre a influência social, política, econômica e científica relativa ao tema desenvolvido. Neste sentido, surgiram algumas situações que não caberiam em atividades hipotéticas e com condições ideais. Logo, os autores apontaram para o trabalho com Modelagem Matemática na busca de referenciar as situações do cotidiano dos alunos, pois não há como trazer concepções prévias dos mesmos se não houver um cenário propício ao diálogo e onde o aluno não participam ativamente no processo de construção do conhecimento, além de mostrar que o debate sóciopolítico possibilita mostrar que não existe um conhecimento científico perfeito, livre de falhas, valores e atitudes.

Os autores EF15 apresentam uma proposta de ensino interdisciplinar utilizando-se de um museu interativo voltado para os alunos do Ensino Fundamental. O museu interativo destaca-se, além da exposição de experimentos, pela possibilidade de intervenção do observador, nesta pesquisa o tema proposto para estudo foi a reutilização da água, o trabalho foi orientado em etapas das quais a primeira refere-se o conhecimento do assunto por meio de exposições verbais pelos professores, apresentação de documentários, construção de uma maquete sobre o sistema de reutilização da água com auxílio do laboratório de informática, já a segunda etapa houve a visitação ao Museu de Ciências e Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica - MCT-PUCRS onde a visita foi orientada com observações e interações sobre o "ciclo da água", "nossa água, nossa vida" e "a casa genial" complementando assim a primeira etapa, e evidenciando a complexibilidade do assunto, por fim a terceira etapa houve a apresentação das maquetes dos alunos e as discussões sobre a forma de construção e sobre a reutilização da água, os resultados evidenciam que as experimentações, saídas a campo, confecções de materiais proporcionam ao aluno maneiras diferenciadas de se aprender matemática facilitando seu entendimento e fomentando a capacidade crítica de reflexão sobre aspectos sociais como no caso o despertar da conscientização em reutilizar da água.

Ainda valendo-se do museu interativo e visando relatar os resultados de um projeto interdisciplinar com estudantes do Ensino Fundamental sobre aerogeradores, EF04 desenvolveram um projeto interdisciplinar que reuniu conteúdo das disciplinas de matemática, física, química, geografia e língua portuguesa, planejados previamente pelos professores das disciplinas. E ao visitar o MCT-PUCRS, os alunos apropriaram-se de informações sobre a geração de energia além de compreender as transformações e funcionamento de um aerogerador, por meio de explicações sobre energias eólicas, energias sustentáveis e renováveis como também pelas observações de miniaturas de aerogeradores disponíveis no museu, ao término desta visita e conclusão do projeto os alunos desenvolveram maquetes para construção de seus próprio aerogeradores. Os resultados apontaram para a possibilidade de a Modelagem Matemática desenvolver a ludicidade, autonomia e criatividade dos alunos, além de proporcionar reflexões sociais sobre a geração de energia.

Com o objetivo de verificar a possibilidade de trabalhar a Modelagem Matemática junto aos alunos-detentos do Sistema Penitenciário, os pesquisadores EB10, realizaram uma pesquisa dentro de um Sistema Penitenciário voltados para a Educação de Jovens e Adultos - EJA. Os professores visando o perfil profissional da maioria dos alunos-detentos sugeriram como tema da atividade de Modelagem Matemática a "construção civil" e

levaram como material de apoio para atividade à regulamentação da Prefeitura Municipal de Curitiba no Estado do Paraná em parceria com o Conselho Regional de Engenharia e Arquitetura - CREA que possibilita a construção de moradias até 70 metros quadrados sem a necessidade da contratação de um engenheiro responsável e supervisão do CREA, frente a esta regulamentação estudos foram feitos sobre a planta da casa e abordados conteúdo do currículo de matemática de forma contextualizadas, os resultados apontam para a abordagem contextualizada destes conteúdos e o desenvolvimento da criatividade dos alunos além de evidenciar a inferência que esta atividade possibilitou aos alunos-detentos no sentido da reflexão das possibilidades existentes do convívio social e econômico no futuro destes alunos.

Além disto, estudos evidenciaram as especificidades na linguagem matemática em alunos nos diversos níveis de ensino, utilização de pouca linguagem simbólica nos anos iniciais e diversas representações do objeto matemático estudado são características evidenciadas nas pesquisas EF08, EF18 e EM01.

Com o foco de investigação voltado para o uso da linguagem dos alunos do Ensino Fundamental, mais especificamente nos anos inicias EF08, procurou investigar como estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental usam a linguagem para trabalhar com atividades de Modelagem Matemática, de tal modo que os autores inferiram que os usos da linguagem subsidiam as ações dos estudantes que sustentam e direcionam as atividades de modelagem, viabilizando a produção dos modelos matemáticos e a obtenção de uma solução para o problema que está sob investigação.

Assim, também a pesquisa EF18, os autores analisaram como os alunos lidam com a formulação, uso e validação dos modelos matemáticos. Foram desenvolvidas ao todo sete atividades de Modelagem Matemática, ao desenvolver das atividades os autores evidenciam os vários tipos de linguagens utilizadas pelos alunos, como linguagem natural, linguagem numérica, linguagem figural, linguagem tabular, entre outras. Os autores evidenciaram que, em geral, ao menos dois tipos de linguagem são utilizados para analisar e interpretar os fenômenos em atividades de Modelagem Matemática, a linguagem do fenômeno e a linguagem matemática. Especificidades com relação aos usos da linguagem matemática neste nível de ensino indicam que os alunos usam pouca simbologia, porém utilizam-se de tabelas, listas, figuras, expressões numéricas, operações matemáticas aritméticas, textos escritos entre outros como linguagem matemática.

Por outro lado, a pesquisa EM01 analisou os registros dos alunos do Ensino Médio que participaram de um projeto de matemática com foco em desenvolver estudos sobre situações oriundas da realidade do aluno. As atividades propostas partiram de temas proveniente da escolha do professor, os resultados apontam para diferentes tipos de linguagens neste nível de escolaridade, conversões entre linguagem natural para linguagem matemática e conversões entre a própria linguagem matemática como transformação das representações algébricas para representações gráficas e representações tabulares.

As pesquisas que aliam o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e a Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem, também podem favorecer aspectos ligados à motivação, criatividade e autonomia dos alunos conforme indicado pelos dados das pesquisas EF05; EF06; EM05; EM13; EM16; EM17; EM21; EM28 e EM30.

Na pesquisa de EM30, desenvolveu uma pesquisa com alunos do Ensino Médio, em laboratórios de informática onde cada aluno teve a possibilidade de utilizar um computador individual. Neste sentido estudos foram direcionados com auxílio do *software* GeoGebra sobre a 'Cadeia de Markov - 2D', os pesquisadores apontam para a valorização da aprendizagem como um processo e não como características pontuais e específicas em determinados momentos, e evidenciam as possibilidades de se aliar Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais e a aprendizagem de Matemática.

Os autores EM28 trabalharam com a Lei de Resfriamento de Newton com alunos do Ensino Médio. Neste trabalho, os autores relacionam a Modelagem Matemática e recursos tecnológicos para a construção de um Modelo Matemático utilizando o *software* GeoGebra. Como consequência, puderam Modelagem Matemática colaborar para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao pensamento matemático, como exemplo no estabelecimento de relações, na elaboração de conjecturas, realização de aproximações, previsões e na resolução de problemas.

Já EM13 analisaram as contribuições do uso do *software* GeoGebra o estudo de Funções Trigonométricas, especificamente das funções seno e cosseno. No âmbito do Ensino Médio e à luz da Aprendizagem Significativa o trabalho com o *software* GeoGebra facilitou a aprendizagem de conteúdos matemáticos, otimizando o ensino e ampliando a aprendizagem, uma vez que o *software* permitiu auxílio no cálculo do ponto médio, período e amplitude de forma dinâmica, fazendo com que os alunos internalizassem os conceitos. De acordo com a pesquisa, este fato junto à Modelagem Matemática possibilitou aos alunos estabelecer uma conexão entre o conteúdo e o cotidiano por meio da aplicação na previsão de fenômenos

periódicos, além de estender as discussões para outras áreas do conhecimento como a física, astronomia, biologia e medicina.

Na pesquisa de EM17, foi proposto atividades para uma turma do Ensino Médio sobre a modelagem de objetos campeiros com auxílio do *software* GeoGebra, inicialmente os conteúdos matemáticos emergentes foram trabalhados com uso de lápis e papel, no entanto ao poucos os alunos identificaram as relações que o uso da tecnologia poderia facilitar ao modelar a situação estudada, assim de forma lenta, mas gradativa, as relações matemáticas foram emergindo, evidenciando a potencialidade da relação do uso das tecnologias relacionadas à Modelagem Matemática.

Ainda no que tange ao uso do *software* GeoGebra, os pesquisadores EM21 analisaram os registros de representação semiótica de logotipo por meio da atividade de Modelagem Matemática para trabalhar conteúdos de geometria. Este estudo evidenciou a possibilidade de os alunos desenvolverem habilidades de visualização, da capacidade de estabelecer relações entre propriedades dos conceitos e de realizar cálculos com medidas de comprimentos, ângulos e áreas.

Os autores EF05 apresentam um estudo voltado para a educação ambiental correlacionada com as aulas de matemática para o estudo de função afim com alunos do Ensino Fundamental. Os resultados apontam para as contribuições que o espaço interativo, proporcionado pelo uso de tecnologias aliado com a Modelagem Matemática, pode proporcionar aos estudantes, como facilidade na compreensão dos conteúdos matemáticos, auxílio nos cálculos e construções de gráficos, além de motivar a aprendizagem nos estudantes.

Na pesquisa EM16 os pesquisadores analisaram a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do Ensino Médio, mediante atividade de Modelagem Matemática com o tema Agricultura Familiar. A motivação para a elaboração e desenvolvimento deste trabalho deu-se por uma avaliação prévia e diagnóstica que constatou nos alunos, a dificuldade e erros de interpretação de gráficos. Neste sentido, utilizou-se das Tecnologias da Informação e Comunicação, mais especificamente do *software* Excel para a construção de gráficos. Este *software* mostrou-se eficiente no que se refere a construção instantânea de gráficos a partir de alterações de valores dos coeficientes das funções.

Ainda no sentido de evidenciar as possibilidades de aliar as tecnologias digitais com a Modelagem Matemática, os autores EF06 apresentam um estudo com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com apoio do laptop conectado à internet e o auxílio proporcionado por ele no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Os

autores relatam que os alunos se sentiram valorizados, pois suas opiniões foram consideradas, de modo que a oportunidade de investigação da situação-problema, da contextualização dos conteúdos matemáticos e a construção da ideia de que a matemática é um processo, facilitou no rompimento da opinião de que a matemática está pronta e acabada.

Os pesquisadores da pesquisa EM05 utilizaram as tecnologias digitais com alunos do Ensino Médio em um projeto de pesquisa para vincular a matemática à realidade e estimular a arte da pesquisa. Nestas condições, os pesquisadores mostraram a importância da tecnologia como instrumento de apoio, em especial as consultas *online* e o *software* Excel, que foi empregado neste projeto mostrando-se ora como 'protagonista', ora como 'coadjuvante', favorecendo o ensino e a aprendizagem dos alunos. Além disso, os autores mostraram que a relação da Modelagem Matemática com as Tecnologias proporciona aos alunos um sentido para a postura social de não estudar um tema só por estudar e sim extrapolar as fronteiras escolares com a socialização e divulgação dos conhecimentos.

Assim, podemos evidenciar aspectos ligados aos processos de ensino e de aprendizagem por meio da Modelagem Matemática rompendo com a prática de ensino em que a transmissão de conteúdo é feita única e exclusivamente pelo professor e os alunos recebem as informações de forma passiva e sem sentido. A seguir serão abordados resultados das pesquisas acerca da percepção e compreensão dos professores sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

1.4.2 Sobre a *percepção e compreensões* de Modelagem Matemática entre os professores da Educação Básica

Em geral as pesquisas apontam que os professores da Educação Básica tendem a relacionar a Modelagem Matemática com a construção de modelos matemáticos, com relação à linguagem matemática ou com a representação da realidade e/ou do cotidiano (EB13). No entanto, ao relembrar atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas por eles, a ordem do desenvolvimento das atividades não é linear e nem na ordem do desenvolvimento (EB04), o que mostra indícios de que esta prática não foi internalizada por eles e talvez não estejam efetivamente em sua prática docente. Também evidenciado na revisão sistemática foi a pesquisa acerca das dificuldades de os professores reconhecerem competências da Modelagem Matemática na resolução de atividades (EM09) mostrando-se um obstáculo para ser superado.

A pesquisa EB13, objetivou problematizar enunciados sobre a Modelagem Matemática de professores da Educação Básica, os dados foram coletados por meio de um questionário e a análise desta pesquisa apoiou-se na resposta à questão "Escreva, em poucas linhas e usando suas palavras, o que você entende por Modelagem Matemática?" assim três entendimentos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática emergiram da respostas dos professores que são: Modelagem Matemática como a construção de Modelos, como exemplo os autores apresentam o depoimento de um dos professores "Pode ser a modelagem de um fenômeno por meio de uma fórmula matemática ou a construção de modelos que facilitem a compreensão do aluno"; Modelagem e sua relação com a linguagem matemática, que de acordo com a fala dos professores pode ser visto no enunciado a seguir, "Usar a linguagem matemática para criar um molde que através dele se resolva uma situação" e pôr fim a Modelagem é a representação da realidade e/ou do cotidiano, como exemplo "A aplicação da matemática em situações, problemas cotidianos...".

A pesquisa de EB04, buscou compreender a percepção e expressões de Modelagem Matemática de professores da Educação Básica com base na neurociência. Nesta proposta foi trabalhada uma atividade de Modelagem Matemática com os professores e após um período de sessenta dias foi solicitado aos professores para que evocassem em suas memórias a atividade desenvolvida, o objetivo desta lembrança é a busca por detalhamentos que são significativos e as características das situações apresentadas pelos professores. Os resultados apontam que estes professores recordaram da atividade de Modelagem Matemática diferente da ordem em que ela foi desenvolvida e não apresentam uma linearidade no processo.

Na pesquisa EM09, teve como objetivo conhecer algumas ideias de professores da Educação Básica, sobre as competências de Modelagem Matemática dos alunos. Cinco competências de Modelagem Matemática são detalhadas neste contexto: Competência para entender o problema real e criar um modelo baseado na realidade; Competência para estabelecer um Modelo Matemático a partir do modelo real; Competência para resolver questões matemática dentro do Modelo Matemático; Competência para interpretar resultados matemáticos em uma situação real; Competências para validar a solução.

Os dados coletados foram provenientes de entrevistas com os professores. Ao anteceder a entrevista foi pedido aos professores que analisassem três resoluções e argumentações de atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas por alunos do Ensino Médio, três questões foram feitas aos professores: 1) Em quais momentos da prática didática você consegue identificar as competências de modelagem dos seus estudantes? 2) Quais são os maiores obstáculos enfrentados pelos estudantes no processo de modelagem? 3) O que a escola pode fazer para promover o desenvolvimento da competência analisada? Os resultados dessa

pesquisa indicam que os professores têm dificuldades em reconhecer as competências de Modelagem nos alunos, pois as respostas dos professores apresentam argumentos como discussões indiretas em aula, expressão de opiniões em um novo conteúdo, trabalhos e dinâmicas de grupo, prática de jogos matemáticos, correção de exercícios realizadas pelo aluno no quadro negro.

Em vista dos maiores obstáculos enfrentados pelos estudantes no processo de Modelagem Matemática, os professores argumentam sobre o "limitado conhecimento" e a "falta de experiências" dos alunos em decodificar o texto e entender a situação a ser resolvida, flexibilidade do pensamento na construção do Modelo Matemático, escolha do conteúdo matemático apropriado à situação-problema entre outras. No entanto, quando perguntado sobre o que a escola pode fazer, os professores indicaram ações do professor como inserir a modelagem prática docente, iniciar a aula ou introduzir um novo argumento com atividades de modelagem, trabalhar nos laboratórios de matemática, realizar atividades interdisciplinares, entre outras argumentações. Os autores apresentam considerações sobre a possibilidade de o sistema escolar oferecer oportunidades de formação e reflexão para a promoção das competências em Modelagem Matemática, pois percebe-se pouco entendimento sobre o que são competências em Modelagem Matemática.

Ter conhecimento sobre a Modelagem Matemática, reconhecer as competências dos alunos e conhecer os aspectos da própria Modelagem Matemática são evidenciados nas pesquisas como fundamentais para a prática docente. A seguir apresentamos pesquisas sobre a formação inicial e continuada provenientes da revisão sistemática de literatura.

1.4.3 Sobre a formação inicial e continuada de professores

Em geral, as pesquisas sobre formação inicial e continuada de professores apresentaram análises sobre a veiculação de textos de Modelagem Matemática (EB06 e EB02), reflexões sobre o processo avaliativo em atividades de Modelagem Matemática (EB03), estudos acerca da motivação dos alunos, das ações dos professores em atividades de Modelagem Matemática e do uso de tecnologias digitais aliadas ao ensino (EB09; EB12; EB11; EM29; EB14; EF03; EF07 e EF09); e as dificuldades e inseguranças dos professores quanto a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula (EB05; EB07; EB15; EB16 e EB01).

Os textos que são veiculados nos cursos de formação docente, segundo as pesquisas provêm de três eixos que se referem a experiência dos professores quanto a prática

com a Modelagem Matemática, os autores apresentam que texto refere-se a representação pedagógica, falada, escrita, visual, espacial, na postura de vestimenta, assim estes textos são transformados conforme as condições em que se encontram os professores (EB02 e EB06).

A pesquisa realizada por EB06 investigou quais são e como os textos relativos à Modelagem Matemática são veiculados nos cursos de formação docente, sendo apresentado três domínios de textos emergentes desta análise, a saber: a experiência própria com a Modelagem Matemática; a experiência com a modelagem de outros professores e a experiência com modelagem no contexto escolar de formação do professor em formação. Mediante os domínios dos textos emergentes dos cursos de formação docente desta pesquisa, vale destacar a importância atribuída a comunicação e socialização das experiências dos docentes, de modo que estes momentos nos cursos de formação docente devem ser valorizados.

A pesquisa EB02 apresentou alguns fatores na transformação do texto entre os professores quando no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, estas transformações visam atender aos objetivos pedagógicos, como a promoção das discussões gerais sobre o tema, também há transformações frente a situações inesperadas ou imprevista e também do tempo disponível, seja qual foi o motivo da transformação do texto pelo professor estas transformações estão condicionadas à fidelidade do professor no planejamento elaborador a priori.

O artigo EB03, apresenta discussões sobre os processos avaliativos em atividade de Modelagem Matemática, os autores realizaram uma pesquisa com nove professores da Educação Básica que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), os resultados apresentam possibilidades dos docentes avaliarem os estudantes utilizando-se de orientações sobre como proceder a uma avaliação que indique caminhos para que isso possa ser incorporado nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática escolar

Superar a prática docente baseada no ensino de conteúdos matemáticos sem conexões entre si e também com outras áreas do conhecimento e ainda evidenciar características como a motivação dos alunos, ações dos professores em atividades de Modelagem Matemática, uso de tecnologias digitais aliadas ao ensino são resultados apontados pelas pesquisas (EB09; EB12; EB11; EB14; EB15; EF03; EF07; EF09 e EM29).

O artigo EF07 apresenta uma pesquisa com objetivo de investigar as manifestações dos estudantes de dois cursos de licenciaturas sobre suas aprendizagens enquanto docentes em formação, quando desenvolveram atividades de Modelagem Matemática nas disciplinas de estágio voltadas para o Ensino Fundamental. Os dados desta análise emergiram

da experiência relatada pelos alunos estagiários em relatórios escritos durante todo o decurso natural da disciplina de estágio. Desta análise, os autores destacam as reflexões dos alunos estagiários sobre os modos dos professores de agir com o desenvolvimento de atividades com Modelagem Matemática; ao planejamento de uma aula e ao envolvimento dos alunos do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática, ainda no contexto proposto por EF07, as ações do professor em atividades de Modelagem Matemática devem ser de mediador entre o conhecimento e a aprendizagem, e é neste sentido que os alunos estagiários manifestam suas reflexões nos relatórios, e ainda que haja a necessidade de um planejamento prévio das atividades das quais devem ser desenvolvidas em sala de aula, há uma especificidade quando se trada da Modelagem Matemática, a de este planejamento não se sobreponha as experiências e discussões dos grupos de alunos. Essa pesquisa indica que os docentes não devem realizar interferências que forcem a ocorrência do que foi vislumbrado no planejamento inicial, mas sim utilizar o planejamento para antecipar possíveis dúvidas e dificuldades dos alunos.

A pesquisa EF13, relata as implicações de uma oficina desenvolvida em um Curso de Formação Continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os resultados apontaram para a motivação em utilizar a Modelagem Matemática por ser capaz de desenvolver a criatividade dos alunos e torná-los mais críticos.

De acordo com o exposto por EB09, o papel do professor nas atividades de Modelagem Matemática está associado à criação de estruturas, dinamização e promoção do estímulo de situações que poderiam promover a aprendizagem, levando em consideração o desenvolvimento de competências, capacidades e atitudes.

No artigo EB12, o autor apresenta uma investigação sobre a própria prática com Modelagem na condição de docente no âmbito da formação de professores, deste modo o autor relata o trabalho desenvolvido com quinze acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática e apresentam reflexões que mostraram que a prática possibilitou aos estudantes conhecerem e reconhecerem a modelagem como metodologia por meio de suas especificidades teóricas e práticas, vislumbrando sua implementação na Educação Básica.

Segundo os pesquisadores EF09 a importância em se trabalhar com tema de interesse dos alunos para atribuição de significado ao conteúdo estudado contribuindo para a construção do conhecimento dos alunos sobre os conteúdos que forem desenvolvidos na atividade, valorizando a diversidade de opiniões dos alunos, conhecimentos prévios e servindo de fator motivacional.

Quando a motivação dos alunos fica a cargo do docente, a escolha do tema da atividade de Modelagem Matemática, certamente tem influência significativa, assim os pesquisadores EB14, analisaram as decisões, razões, interesses e regras que permeiam a escolha do tema em atividades de Modelagem Matemática quando esta escolha provém do professor, os dados foram produzidos em um Curso de Formação Continuada entre professores da Educação Básica que atuam no Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos, os autores evidenciam que a escolha do tema é um fator fundamental ao se trabalhar com atividades de Modelagem Matemática e o interesse dos alunos é uma característica crucial na seleção do mesmo, além de destacar que o acesso dos estudantes ao tema está ligado à uma dada realidade, seja ela, mundial, estadual, regional ou local.

Este fato também pode ser visto nos resultados apresentados na pesquisa de EF03 ao relatar as reflexões dos professores sobre os interesses de seus alunos em participar das atividades de Modelagem Matemática, visto que a atividade proporcionou maior significado aos conteúdos matemáticos estudado nesta atividade, visto que os estímulos ocorreu em temas externos à matemática, e os autores concluem que o Curso de Formação Continuada serviu de motivação para o uso da Modelagem Matemática em sala de aula.

Na pesquisa EB11, os autores analisaram três dissertações proveniente de mestrados profissionais que apresentaram conteúdos de estatísticas e probabilidade com objetivo de promover discussões e reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem, um dos resultados apontam a importância dos temas a partir do interesse dos alunos, em qualquer nível de ensino, desde a educação infantil até o ensino superior, além de evidenciar a característica da Modelagem Matemática proporcionar um ambiente de investigação favorecendo ao aluno tirar conclusões este aspecto colabora para a formação cidadã do aluno que auxiliará futuramente a não deixar influenciar por informações tendenciosas.

Os autores de EM29, pesquisaram a possibilidade do uso de vídeos em trabalhos com Modelagem Matemática, em um curso de Ciências Biológicas na formação inicial. O trabalho com a produção de vídeos em salas de aulas evidencia as possiblidades de proporcionarem às atividades de Modelagem Matemática ganho visual, pesquisas bibliográficas e escolhas de temas com finalidade de divulgação e substituição da apresentação usual. Como fator positivo do trabalho desenvolvido os autores evidenciam o fato de 'movimentar' os alunos com uso de tecnologias que estão ao alcance do mesmo e a motivação por se tornarem agentes ativos do processo.

No sentido de aliar o uso de tecnologias em cursos de formação continuada a pesquisa EB15 descreve um curso de extensão para professores de matemática em serviço na Educação Básica na modalidade a distância, os resultados apontam para resultados satisfatórios quanto a inteiração entre os cursistas por meio das ferramentas disponibilizadas, troca de experiências profissionais e pessoais e a possibilidade de utilização de diversas ferramentas de coleta de dados como chats, fórum, entre outras, possibilitada pelo ambiente virtual.

Apresentar dificuldades e inseguranças dos professores quanto a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, como a formação insuficiente, dificuldades em envolver os alunos em ambientes de Modelagem Matemática e superar o ensino da matemática sem conexões entre si e outros conteúdos, sem sentido e significado, são resultados apontados pelas pesquisas (EB05; EB07; EB16 e EB01).

No sentido de compartilhar inseguranças, medos, dúvidas e limitações que a pesquisa EB07, investigou e analisou obstáculos no desenvolvimento de Modelagem Matemática no cotidiano da sala de aula dos professores em serviços e de recém egressos de cursos de Licenciatura em Matemática. As análises foram agrupadas em três categorias: formação insuficiente em Modelagem Matemática bem como dos conteúdos a ministrar, dificuldades em aplicar a Modelagem Matemática devido a postura conservadora do sistema escolar, e dificuldade em envolver os alunos em um ambiente de Modelagem Matemática.

Quanto a formação insuficiente em Modelagem Matemática, a pesquisa apresentada por EB05 confirma este argumento quando ao propor o planejamento dos professores em formação realizados no estágio supervisionado aos docentes em sala de aula, estes acabaram por frustrar os estagiários com argumentos de que não poderiam utilizar-se de atividades de Modelagem Matemática por conta da carga horária e por não utilizar o material didático oferecido pelo governo, no entanto, os autores destacam que estes mesmos professores desconheciam a Modelagem Matemática, evidenciando assim a formação insuficiente destes docentes em serviço.

Já a pesquisa EB01, retrata alguns pontos que dificultaram o dia a dia em sala de aula no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, como: insegurança e ansiedade dos professores pelos desafios que a Modelagem Matemática impõe; resistência dos alunos em atividades investigativas, pelo motivo de que os alunos estão habituados ao ensino de matemática baseado na investigação de situações-problema, o problema relacionado ao tema proposto demanda de uma discussão coletiva na escola e não apenas nas aulas de matemática; a acessibilidade dos laptops foi limitada o que deixou os estudantes em certos momentos

irritados e a necessidade de um tempo maior para os estudantes para discussões, construções e análise das hipóteses feitas pelos estudantes.

Assim também, a pesquisa EB16 relata a experiência durante um Curso de Formação Continuada de professores de duas docentes da Educação Básica que apresentam inseguranças quanto a elaboração de suas aulas utilizando-se da Modelagem Matemática, as inseguranças referem-se ao cronograma escolar e postura clássica do sistema escolar com estruturas rígidas, a expectativa das docentes no término do curso, foi de que seria possível trabalhar com a atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, mas por hora as atividades desenvolvidas no decorrer do curso de formação não foi desenvolvida com os alunos da Educação Básica.

Deste modo, procuramos sistematizar alguns trabalhos sobre Modelagem Matemática afim de sistematizar os eixos de trabalhos que emergiram. Os trabalhos que apresentaram foco de pesquisas sobre a Modelagem Matemática que foram desenvolvidos na Educação Básica visa apresentar oportunidades ao professor de se trabalhar com a Modelagem Matemática na Educação Básica. O eixo que evidenciam os focos e compreensões dos professores da Educação Básica visa apresentar ao professor a necessidade de conhecimento acerca das concepções e entendimentos teóricos sobre a Modelagem Matemática. E o eixo sobre a formação inicial e continuada tem por objetivo apresentar aspectos ligados aos cursos de formação em Modelagem Matemática, seja na formação inicial ou continuada, evidenciando suas preocupações.

Frente às possibilidades oferecidas pela Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, em sala de aula, as exigências características impostas aos professores e os desafios e obstáculos apresentados, apresentaremos no próximo capítulo os aspectos metodológicos que nortearam esta pesquisa bem como a estrutura do curso de formação docente para professores da Educação Básica.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresenta-se a abordabem metodológica da pesquisa, caracterizada como pesquisa qualitativa, bem como uma descrição de suas etapas e percursos. Em seguida, são apresentados os encaminhamentos metodológicos para a elaboração e execussão do Curso de Formação Continuada para Professores da Educação Básica, em Modelagem Matemática, destacando o contexto do ambiente de investigação, os participantes da pesquisa, os instrumentos utilizados para a coleta de dados e a metodologia de análise dos dados coletados.

2.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

A abordagem metodológica de pesquisa visa evidenciar as etapas que compõem o seu desenvolvimento. A caracterização desta pesquisa é qualitativa, uma vez que "a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental" (GODOY, 1995, p. 62). De acordo com os pressupostos de Gil (2002, p. 17), a pesquisa qualitativa é um:

[...] procedimento racional e sistemático que tem por objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. [...] é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. Na realidade, a pesquisa desenvolve-se ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados (GIL, 2002, p. 17).

Neste sentido, neste trabalho a investigação relaciona o uso de uma produção técnica educacional para oportunizar aos docentes reflexões sobre a prática docente dos professores, bem como uma formação em Modelagem Matemática. Com o objetivo de compreender o fenômeno estudado, na pesquisa qualitativa "os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados ou produto" (GODOY, 1995, p. 62).

Segundo Bogdan e Biklen (1994) uma das características da pesquisa qualitativa refere-se à fonte de coleta de dados que leva em consideração o contexto em que o fenômeno é investigado, que as ações são melhores compreendidas quando são analisadas em seu ambiente natural e que o pesquisador é o principal instrumento que busca respostas ao objetivo da pesquisa.

Neste sentido, a coleta de dados ocorreu em uma Universidade Estadual do Norte do Paraná, onde os professores de matemática da Educação Básica encontraram-se para a formação continuada em Modelagem Matemática, tendo o pesquisador como organizador do Curso de Formação Continuada.

Abstrações serão construídas, a partir de agrupamento que vão ganhando outras forma à medida em que for examinando partes por partes, de tal forma que os dados estão abertos em seu início e vão se 'afunilando', tornado assim mais fechados e específicos. Nesta pesquisa as análises e o confronto dar-se-ão com a literatura, na próxima seção deste capítulo, juntamente com a descrição do contexto do ambiente de investigação, os participantes, os procedimentos utilizados para a coleta de dados.

2.2 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS PARA A ELABORAÇÃO E EXECUÇÃO DO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Este tópico, visa apresentar os encaminhamentos metodológicos para o planejamento e aplicação da produção técnica educacional, coleta de dados e análise dos dados que fundamentam as inferências acerca do objetivo de pesquisa. Para tanto, será detalhado o contexto do ambiente de investigação, os participantes da pesquisa, os instrumentos utilizados para a coleta de dados e a metodologia utilizada para análise dos dados coletados com vistas à elaboração e desenvolvimento do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica e à avaliação do curso de formação em Modelagem Matemática dos professores da Educação Básica.

2.2.1 Os Instrumentos de Coleta de Dados

Os instrumentos de coleta de dados no desenvolvimento do Curso de Formação Continuada compreendem a gravação em áudio, anotações em diário de campo, registros dos alunos cursistas durante as atividades desenvolvidas e respostas à questionários previamente estruturados.

A gravação em áudio das discussões que foram realizadas entre os cursistas no decorrer do Curso de Formação, foi importante por apresentar as reflexões sobre a Modelagem Matemática, e permintiu que sua análise fosse feita. A anotação em diário do campo que foi feita pelo pesquisador foi fundamental para que os detalhes mais relevantes, dos quais foram surgindo no decorrer do Curso de Formação fosse registrada e não se escapasse

durante a análise dos dados. Os registros escritos dos cursistas com relação às situaçõesprobelmas que lhe foram apresentados, evidenciam informações fundamentais sobre as Atividades de Modelagem Matemática e são importantes suas análises. Questionários online visam apresentar uma síntese com relação as reflexões em grupos, com estas sínteses foi possível relacionar as reflexões dos cursistas no decorrer da análise dos dados.

Por meio dos dados coletados, uma análise foi elaborada de modo a viabilizar a avaliação do Curso de Formação em Modelagem Matemática para professores de matemática da Educação Básica, em que os cursistas terão a oportunidade de construir conhecimentos sobre a Modelagem Matemática e ainda propriciar uma reflexão sobre a prática docente dos cursistas.

2.2.2 O percurso de Análise dos Dados

Diante do objetivo de proporcionar uma formação em Modelagem Matemática e de elaborar e avaliar um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica, elemento desta dissertação, optamos por analisar os dados por meio de uma análise interpretativa com base no referencial teórico da pesquisa. A análise tem como base a análise qualitativa de dados, e leva, nesta pesquisa, em consideração elementos da pesquisa em Modelagem Matemática, bem como da Modelagem Matemática na Educação Matemática entendida por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Considerando que os dados coletados no Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica são produções escritas e faladas dos cursistas, inicialmente realizamos uma análise descritiva do curso de modo que um panorama do curso fosse detalhado, a partir da análise descritiva. Uma análise local foi realizada contendo a interpretação de cada módulo com relação aos pressupostos teóricos desta pesquisa e por fim uma análise global com vistas à emergência dos aspectos avaliativos.

Para que a análise descritiva fosse realizada, incialmente foi transcrito todos das as atividades que ocorreram em todos os módulos juntamente com os audios e anotações em diário de campo, evidenciando todos os detalhes do encontro. Posteriormente, análise com relação a coneitos e temas mais relevantes serão abordados relacionando-os com o referencial teórico desta pesquisa e ao térmi no uma estrutura mais flexivel com relação ao Curso de Formação Continuada será proposto.

No processo analítico foi feito, em um primeiro momento descrevendo os módulos dos cursos, ou seja, com a descrição as atividades desenvolvidas em grupos, descrição das reflexões teóricas obtida por meio das dicussões promovidas com relação aos textos e

articulação das reflexões com as respostas aos questionários, por fim, articulamos os elementos obtido no processo descritivo com os elementos teóricos que embasam a prática docente durante o Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática.

Nas discussões sobre os resultados obtidos desta pesquisa, procuramos sistematizar os elementos que se mostraram importantes para a familiarização com a Modelagem Matemática durante o Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática, que são: a formulação de diferentes problemas em um mesmo tema; imprevisibilidade dos conteúdos matemáticos emergentes das Atividades de Modelagem Matemática; flexibilidade do professor com relação às aulas regulares de matemática e a utilização da Modelagem Matemática; o currículo escolar e o papel do professor como orientador com a Modelagem Matemática.

Por meio deste procedimento organizamos o material coletado, articulando os textos dos questionários, dos registros escritos e das gravações em áudio de modo a vislumbrar o desenvolvimento de cada módulo de curso e as impressões dos cursistas em seu desenvolvimento. Para André e Lüdke (1986, p. 45), "analisar os dados qualitativos significa trabalhar todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos das observações, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis".

Deste modo, o percurso metodológico da análise de dados permitiu a organização, ordenamento e agrupamento de um conjunto de dados onde se pretende fazer inferências sobre seu conteúdo, no sentido de conseguir novas compreensões do fenômeno investigado. Nesta pesquisa foram realizados os tratamentos e as interpretações conforme as manifestações desenvolvidas por meio dos questionários, registros escritos, registros de áudio e observações no diário de campo do pesquisador.

No capítulo 3, será apresentada a descrição da Produção Técnica Educacional desta pesquisa que é o a proposta do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica.

3 PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL - MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Produção Técnica Educacional desta dissertação compreende um Curso de Formação em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica. Caracteriza-se como uma possibilidade aos docentes para repensarem suas práticas, aprimorarem os conhecimentos sobre Modelagem Matemática, bem como uma possibilidade de auxiliar a prática docente nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática, mediante implementação da Modelagem Matemática em sala de aula.

Como visto na seção teórica desta dissertação, a expansão dos estudos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática está ganhando cada vez mais adeptos, e os resultados de pesquisas desta área apontam possibilidades satisfatórias para auxílio de professores nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Por meio da Modelagem Matemática, os conteúdos matemáticos são trabalhados de forma contextualizada, podendo oportunizar aos alunos a atribuição de sentido aos conteúdos matemáticos que lhe são apresentados, causando assim significado para a Matemática que lhe é ensinada.

Neste contexto, o uso da Modelagem Matemática em sala de aula se constitui como uma alternativa pedagógica que pode apresentar a matemática como um conhecimento que não está pronto e acabado, e que seus conteúdos não estão fracionados e sem conexões, oportunizando ao aluno a possibilidade de refletir sobre as influências que o contexto social, político, econômico e ambientais exercem sobre as situações-problema, e como tais fatores influenciam no Modelo Matemático. Além de promover aulas dinâmicas, valorizando a relação aluno-aluno e aluno-professor, pode servir de motivação para a aprendizagem do aluno.

No processo de aprendizagem, a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) tem apresentado resultados satisfatórios quanto ao reconhecimento do aluno no que tange à sua participação neste processo de aprendizagem, à articulação entre novos conhecimentose conhecimentos prévios, a promoção da criatividade e do senso crítico do aluno.

Nas próximas sessões são apresentados o contexto do ambiente de investigação, os participantes da pesquisa e a estrutura, planejamento e detalhamento do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica.

3.1 CONTEXTO DO AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Com vista ao objetivo desta pesquisa e aos pressupostos da pesquisa qualitativa definida na sessão anterior, pautamos nossa investigação no desenvolvimento de um Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica. Este curso foi realizado na Universidade Estadual do Norte do Paraná em Cornélio Procópio, no Estado do Paraná, onde ocorreram cinco encontros presenciais aos sábados, no período de 13/04/2019 à 25/05/2019 com sete participantes, denominados nessa pesquisa como *cursistas*.

O curso visou proporcionar a formação continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, como uma alternativa pedagógica na qual pode auxiliar a prática docente nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática utilizando situações da realidade que não são essencialmente da matemática, de acordo com os pressupostos teóricos de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

3.2 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

A divulgação do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica foi feita por meio de divulgação formal entre os Núcleos de Ensino de Cornélio Procópio e de Ibaiti, por meio de redes sociais, bem como *e-mails* de professores, visto que teve como público alvo professores atuantes da Educação Básica dos quais a maioria possuía vínculo com a rede pública de ensino do Estado do Paraná.

Com o proposito de manter o sigilo das identidade dos cursistas, codificamos seus nomes nas folhas de inscrição com um código alfanumérico, cuja primeira letra refere-se a "C" de cursista e um número sequencial, por exemplo, C1 para o primeiro cursista, assim sucessivamente. Para organizar os dados que serão apresentados, além da codificação dos cursistas, os instrumentos de coleta de dados também foram condificados conforme Quadro 2. O procedimento se justifica para que possamos realizar a análise do desenvolvimento dos módulo do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática, sistematizando as informações e facilitando a identificação dos cursistas e dos instrumento de coleta de dados utilizados em cada momento.

Quadro 2 - Codificação dos cursistas e dos instrumentos de coleta de dados

Descrição	Indicadores
Atividade	A1, A2, A3, A4
Cursista	C1, C2, C3, C4, C5, C6 e C7
Grupo de cusristas	G1, G2 e G3
Questionário	Q1, Q2, Q3 e Q4
Diálogos	D1, D2 e D3

Fonte: dos autores (2019)

Ao todo, foram preenchidas 17 inscrições, sendo os 17 registros selecionados para compor o quadro de análise acerca da efetivação do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática. No entanto, apenas 7 cursistas participou de todos os encontros e continuaram com o curso, conforme Quadro 3, o qual apresenta algumas caracteristicas destes cursistas, tais como curso de formação, tempo de atuação docência e nível de ensino que atua. Neste sentido, vale ressaltar a excessão do C1 que está no terceiro ano de sua formação inicial em matemática, todos os outros cursistas já concluiram sua graduação em matemática. Além disso, dos sete cursistas que partiparam do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, todos concordaram que seus registros fossem disponibilizados como material para dissertação e outras produções que posam ocorrer, por meio de termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A).

Quadro 3 - Caracterização dos cursistas

Cursista	Possui Pós-Graduação	Tempo de docência (Anos)	Nível de ensino	
C1	Não	Menos de 5 anos	Não está lecionando atualmente	
C2	Não	Menos de 5 anos	Não está lecionando atualmente	
C3	Especialização em Metodologia do Ensino de Física e Matemática	Menos de 5 anos	Ensino Fundamental - Anos iniciais	
C4	Especialização em Metodologia do Ensino de Física e Matemática	Menos de 5 anos	Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) e Ensino Médio	
C5	Não	Menos de 5 anos	Ensino Médio	
C6	Especialização em Psicopedagogia Institucional	Mais de 10 anos	Ensino Fundamental (anos finais) e Ensino Médio	
C7	Não	Menos de 5 anos	Ensino Fundamental (anos iniciais)	

Fonte: dos autores (2019)

Inicialmente, pode-se constatar a preocupação já sinalizada por Tambarussi e Klüber (2014b) que enfatizaram o baixo índice de procura dos docentes da Educação Básica. De um total de dezessete inscritos, apenas sete participaram do curso. Além disso, observa-se no Quadro 2 que apenas o cursista C6 possui mais de 10 anos tempo de docência, já os demais com menos de 5 anos como professor da Educação Básica.

3.3 ESTRUTURA DO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

O Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática foi planejado com uma carga horária total de 40 horas, sendo composto por estudo de textos, desenvolvimentos de atividades de Modelagem Matemática e momentos de reflexões sobre a prática docente dos cursistas com a Modelagem Matemática, (Quadro 4).

Foram cinco encontros presenciais com carga horária de 6 horas cada encontro totalizando 30 horas, divididos em três módulos, para que fosse possível a conciliação entre os textos estudados e o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, conforme momentos de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004) e por Almeida, Silva e Vertuan (2012), prevalecendo assim, a independência e autonomia no desenvolvimento dos módulos. Além dos encontros presenciais, foi disponibilizada uma carga horária de 10 horas para elaboração e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com os alunos dos cursistas, em suas respectivas turmas da Educação Básica.

Quadro 4 - Estrutura geral do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática

Módulo	Atividade	Carga horária	Modalidade
1	✓ Dinâmica de apresentação dos cursistas; ✓ Introdução à Modelagem Matemática: pesquisa e documentos oficiais; ✓ Atividade de Modelagem Matemática do primeiro momento de familiarização: Que calor! Vai um sorvete aí? (NUNES; NASCIMENTO; SOUSA, 2018). ✓ Texto 1 com debate: O que é Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012.	6	Presencial
	✓ Estudo sobre o texto: MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a reflexibilidade do professor de Matemática (ROSA; KATO, 2014).	2	Extra-classe
2	✓ Reflexão sobre o Texto de Rosa e Kato (2014); ✓ Desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do segundo momento de familiarização: Tarefa do tanque de óleo (KAWAKAMI; SAEKI; MATSUZAKI, 2013).	6	Presencial

	✓ Pesquisa de temas e problemáticas de interesse com preenchimento de formulário eletrônico para discussão no quarto encontro presencial.	2	Extra-classe
	✓ Estudo do texto: Como usar a Modelagem Matemática? (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012); ✓ Desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do segundo momento de familiarização: Medindo a quantidade de chuva. Livro: Modelagem Matemática na Educação Básica. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012); ✓ Instruções para o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática referente ao terceiro momento de familiarização.	6	Presencial
	✓ Resolução da atividade de terceiro momento pelos cursistas.	3	Extra-classe
2	 ✓ Comunicação das atividades desenvolvidas pelos cursistas; ✓ Discussão de como implementá-las nas Educação Básica; ✓ Instruções para implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica. 	6	Presencial
3	✓ Desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica.	3	Extra-classe
	 ✓ Reflexão sobre a prática docente com Modelagem Matemática na Educação Básica; ✓ Avaliação e encerramento do curso. 	6	Presencial

Fonte: dos autores (2019)

4 O CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

De modo geral, a literatura aponta que há pouco contato dos professores na formação inicial com a Modelagem Matemática (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b). No entanto, no curso realizado identificamos que apenas o cursista C6 não possuía contato inicial com a Modelagem Matemática, provavelmente devido ao número reduzido de participantes e ao local de realização do curso - município que abriga dois cursos de Licenciatura em Matemática com a disciplina de Modelagem Matemática na matriz curricular, bem como sedia um Mestrado Profissional em Ensino e ainda o considerando que o cursista C6 possui maior tempo de docência e de formação. O número reduzido de cursistas, corrobora com as afirmações da literatura de que poucos professores que atuam na Educação Básica procuram uma formação continuada e dos que procuram há elevado número de desistentes (TAMBARUSSI E KLÜBER, 2014b).

Neste capítulo, apresentamos e analisamos os dados coletados no decorrer do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática, iniciando com a sessção 4.1 até a sessão 4.3 com a descrição dos módulos I, II e III destacando elementos fundamentais que emergiram das reflexões dos cursistas e articulando com o referencial teórico desta pesquisa, em seguida, na sessão 4.4 a sistematização dos elementos fundamentais para a familiarização com a Modelagem Matemática.

4.1 DESCRIÇÃO ANALÍTICA DO MÓDULO I

O primeiro módulo de curso teve duração total de seis horas e ocorreu com o primeiro encontro presencial dos cursistas e objetivou proporcionar uma integração entre os cursistas e o contato inicial destes com aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática. O início do curso deu-se pela dinâmica de apresentação dos cursistas, seguida de uma breve introdução à Modelagem Matemática na Educação Matemática, os principais pontos do aporte teórico desta pesquisa e as orientações dos documentos oficiais para o uso de atividades dessa natureza em sala de aula, com duração de aproximadamente duas horas e meia.

A dinâmica da entrevista foi um momento de descontração que proporcionou aos cursistas e ao professor, além da integração e apresentação pessoal, revelar características sobre sua formação prévia com relação à Modelagem Matemática. Com excessão do cursista

C6, os demais cursitas já possuiam contato inicial com a Modelagem Matemática. Os cursistas C1, C2, C3 e C7 estudaram sobre Modelagem Matemática e desenvolveram Atividades de Modelagem Matemática no decorrer de sua formação inicial. Já o cursista C4 teve seu contato com a Modealgem Matemática durante uma formação complementar e o cursista C5 como aluno especial em disciplinas de Mestrado. Vale ressaltar que o fato do cursista C6 ser quem possui o maior tempo de docência na Educação Básica (conforme apresentado no Quadro 3) e não ter tido contato com a Modelagem Matemática na sua formação inicial vai ao encontro da reflexão apresentada anteriormente por Biembengut (1999) no que refere-se a reformulação do currículo na formação de professores. Logo, este resultado referenda a necessidade de Cursos de Formação Continuada para professores que atuam a mais tempo na Educação Básica.

A apresentação inicial, foi feita em slides, contendo a estrutura do "Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica", juntamente com as datas dos encontros presenciais já definidas e com as atividades extra-classe, as quais seriam exigidas no decorrer do curso, com objetivo de que os cursistas se organizassem com relação aos encontros e aos prazos.

Na sequência, foram apresentadas aos cursistas as orientações contidas em documentos oficiais, como as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), quanto ao uso da Modelagem Matemática no ensino da matemática. No decorrer desta apresentação foram lançados dois questionamentos para provocar uma discussão entre os cursistas: "Que orientações que estes documentos trazem para o ensino e a aprendizagem de matemática?" e "Quais informações apresentadas são relevantes para o uso da Modelagem Matemática?". Os cursistas demonstraram conhecimento acerca dos documentos oficiais ao responderem o questionário Q1 que foi proposto após o encerramento deste primeiro encontro, em geral, os cursistas enfatizaram o uso da Modelagem Matemática como uma tendência metodológica, como descrito em Paraná (2008).

Questão 1: Quais são as orientações que os documentos oficiais trazem para o ensino de matemática?

Os documentos oficiais nos trazem que devemos abordar a Matemática de forma que aproxime o aluno da sua realidade [...] as Diretrizes apontam seis abordagens matemáticas: [...] Modelagem Matemática.

Registros do grupo G2Q1.

As Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) do estado do Paraná propõem seis abordagens metodológicas [...] Modelagem Matemática.

Registros do grupo G3Q1.

Tal fato indica o conhecimento legal acerca da importância do uso da Modelagem Matemática, mas não faz articulação com a prática docente, inferência essa confirmada quando os cursistas foram questionados acerca de sua prática docente com Modelagem Matemática, até então inexistente. Elementos teóricos acerca da perspectiva adotada no curso, o entendimento de Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2012), era por muitos teoricamente conhecido, seja de disciplinas na graduação, seja de momentos em eventos científicos e em disciplinas de mestrado.

Os cursistas foram divididos em grupos após a apresentação feita em slides. Neste sentido, os grupos G1 e G3 desenvolveram uma atividade referente à comercialização de potes de sorvetes, enquanto que o grupo G2 desenvolveu a atividade que abordava o tamanho de uma Calça Jeans, conforme apresentado no Quadro 5.

Quadro 5 - Divisão dos cursistas em grupo

Grupo	Cursistas	Atividade de Modelagem	
G1	C6 e C7	Matemática Sorvete	
G2	C1 e C4	Calça Jeans	
G3	C2, C5 e C3	Sorvete	

Fonte: dos autores (2019)

Os cursistas demonstraram reconhecer características da Modelagem Matemática que estão contempladas na BNCC, como trabalhar a matemática de forma contextualizada e relacioná-la com o cotidiano do aluno, promover a participação ativa dos alunos no decorrer das aulas, elaborar hipóteses, formular problemas e resolvê-los, socializar as respostas e justificá-las com argumentos matemáticos.

Tais características foram evidenciadas conforme respostas apresentadas ao Questionário 1 (Apêndice C), disponível digitalmente para que os cursistas, para que divididos em grupos, o respondessem após o primeiro encontro. Note que é possível sinalizar a articulação entre as informações disponíveis nos documentos oficiais e os registros apresentados.

Questão 1: Quais são as orientações que os documentos oficiais trazem para o ensino de matemática?

Na Base Nacional Comum Curricular a Matemática é conceituada como ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos. O conhecimento matemático precisa ser desenvolvido no aluno como ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais a Matemática deve ser compreendida pelo aluno como um conhecimento que possibilita o desenvolvimento do seu raciocínio para comunicar-se matematicamente, resolver situações problema e aplicar o conhecimento em outras áreas do conhecimento, construindo assim conhecimentos necessários para transformar sua realidade.

Registros do grupo G1Q1.

Os documentos oficiais nos trazem que devemos abordar a Matemática de forma que aproxime o aluno da sua realidade, e que faça com que ele se interesse pelas aulas, a fim de que compreendam os verdadeiros significados dos conteúdos estudados. Para facilitar esse processo, as Diretrizes apontam seis abordagens matemáticas: Resolução de problemas; Mídias, Etnomatemática, História da Matemática; Investigação e Modelagem Matemática.

Registros do grupo G2Q1.

As Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) do estado do Paraná propõem seis abordagens metodológicas, visando auxiliar o ensino e a aprendizagem da matemática escolar de maneira a contextualizar os conteúdos matemáticos, são elas: Resolução de Problemas, Mídias Tecnológicas, Etnomatemática, História da Matemática, Investigação Matemática e a Modelagem Matemática.

Registros do grupo G3Q1.

A discussão referente aos aspectos presentes nos documentos oficiais deu-se antes mesmo de apresentarmos os pressupostos teóricos e práticos da Modelagem Matemática, os quais seriam trabalhados com objetivo de trazer à tona os conhecimentos prévios dos cursistas. A percepção da Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática foi predominante entre os cursitas, como indica a resposta ao Questionário 1:

Questão 2: Em poucas palavras, descreva o que é Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática é uma Tendência da Educação Matemática e pode ser vista como uma alternativa pedagógica para ensinar Matemática.

Registros do grupo G1Q1.

Tendência metodológica que consiste no desenvolvimento de processos para solucionar um problema real, sendo tal solução será um Modelo Matemático, utilizado para compreensão de um conceito matemático a ser ensinado.

Registros do grupo G2Q1.

Nos pressupostos teóricos de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.17), a Modelagem Matemática é "uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática".

Registros do grupo G3Q1.

Neste primeiro módulo a articulação entre teoria e prática foi possível por meio do desenvolvimento de aspectos teóricos e de duas atividades de Modelagem Matemática, dirigidas pelo professor de acordo com as indicações de Almeida, Silva e Vertuan (2012) para a familiarização de estudantes com a Modelagem Matemática. Duas Atividades de Modelagem Matemática denominadas de "Atividade do Sorvete" e "Atividade da Calça Jeans" desenvolvidas segundo as orientações do primeiro momento de familiarização de Almeida, Silva e Vertuan (2012) sendo que o tema, o problema a ser resolvido e todas as fases da Modelagem Matemática foram direcionadas pelo professor pesquisador, como indicado na literatura.

A opção por desenvolver atividades diferentes entre os grupos deu-se em função de os cursistas do grupo G2 já terem desenvolvido, em momentos anteriores a esse curso, a atividade referente ao sorvete. Desse modo, acreditamos que a situação inicial não representaria um "problema" para estes cursistas, haja visto que os cursistas do grupo G2 já possuíam um esquema a *priori* para sua solução, descaracterizando uma atividade de Modelagem Matemática.

Ambas as atividades propostas foram desenvolvidas segundo as orientações do primeiro momento de familiarização com atividades de Modelagem Matemática, estas duas Atividades de Modelagem Matemática teve duração de aproximadamente duas horas e meia. De modo geral, todos os grupos percorreram as fases da Modelagem Matemática propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012). No Quadro 6, apresentamos uma descrição da situação-problema utilizada na "Atividade do sorvete".

Quadro 6 - Descrição da situação-problema utilizada na "Atividade do sorvete".

História do Sorvete

Você sabia que esta delícia existe há mais de 3000 anos?

A história começa com os chineses, que misturavam neve com frutas fazendo uma espécie de sorvete. Esta técnica foi passada aos árabes, que logo começaram a fazer caldas geladas chamadas de *sharbet*, e que mais tarde se transformaram nos famosos sorvetes franceses sem leite, os *sorbets*.

Nos banquetes de Alexandre, o Grande, na Grécia, e nas famosas festas gastronômicas do imperador Nero, em Roma, os convidados já degustavam frutas e saladas geladas com neve.

O Imperador mandava seus escravos buscarem neve nas montanhas para misturar com mel, polpa ou suco de frutas.

O gelo era estocado em profundos poços construídos pelo povo. Porém, a grande revolução no mundo dos sorvetes aconteceu com Marco Polo que trouxe do Oriente para a Itália, em 1292, o segredo do preparo de sorvetes usando técnicas especiais. Assim, a moda dos sorvetes espalhou-se por toda a Itália, e quando Catarina de Medici casou-se na França com o futuro Henrique II, entre as novidades trazidas da Itália para o banquete de casamento, estavam as deliciosas sobremesas geladas, as quais, encantaram toda a corte.

Mas o grande público francês só teve acesso a estas especialidades um século depois quando Francesco Procópio abriu um café, em Paris, que servia bebidas geladas e sorvete tipo *sorbet*. Os sorvetes se espalharam por toda a Europa e logo chegaram também aos Estados Unidos. A primeira produção de sorvete em escala industrial ocorreu nos Estados Unidos, há 40 anos. Hoje, no mundo todo, quem mais fabrica sorvete são os norte-americanos.

No Brasil, o sorvete ficou conhecido em 1834, quando dois comerciantes cariocas compraram 217 toneladas de gelo, vindas em um navio norte-americano, e começaram a fabricar sorvetes com frutas brasileiras. Na época, não havia como conservar o sorvete gelado e, por isso, tinha que ser tomado logo após o seu preparo. Um anúncio avisava a hora exata da fabricação. O primeiro anúncio apareceu em São Paulo, no dia 4 de janeiro de 1878, contendo a seguinte mensagem:

"SORVETES - Todos os dias às 15 horas, na Rua Direita, nº 44"

Tendo em vista que no dia 23 de setembro é comemorado o dia nacional do sorvete, um estabelecimento da cidade, resolveu fazer uma promoção na compra de potes de sorvetes: na compra de dois ou mais potes de sorvete de 2L, será concedido um desconto de 5% por cada pote de sorvete adquirido. Considere o valor unitário de R\$ 14,50 (quatorze reais e cinquenta centavos) para o pote de sorvete de 2L. A partir dos dados apresentados acima, qual é o Modelo Matemático que represente esta situação?

Fonte: Nunes, Nascimento e Sousa (2018)

A inteiração com o assunto ocorreu por meio da leitura e discussão do material entregue aos grupos (Quadro 6), além de explicações sobre a situação-problema por parte do pesquisador. Isso fica evidente na resposta apresentada pelos grupos quando questionados a respeito:

Questão 5: Como ocorreu a inteiração na Atividade de Modelagem Matemática?

por meio de um texto informativo sobre a história do sorvete, apresentando os dados da situação inicial.

Registros do grupo G1Q1.

Ocorreu partindo de discussões e reflexões sobre o tema 'sorvete'. Em meio as discussões do grupo e fazendo esboços no caderno, conseguimos elaborar hipóteses, possibilitando passar pelas demais fases no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Registros do grupo G3Q1.

Quanto ao desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, foi possível identificar que para solucionar a problemática: "Qual é o Modelo Matemático que represente esta situação?" foi necessário formular uma nova questão aos cursistas: "Como calcular o valor a pagar pelo pote de sorvete?".

Conforme apresentado na Figura 3, os cursistas do grupo G1 indicaram como hipótese o fato de que *na compra de um pote de sorvete o valor pago é de R\$ 14,50* e como a informação que *na compra de dois ou mais, o desconto será de 5% a partir do segundo pote de sorvete*. Neste sentido, para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática pelo grupo G1 foram formuladas duas variáveis: *P* representando o número de potes de sorvetes vendidos e *v* para o valor à pagar pelos potes de sorvetes. No registro dos cursistas foi possível vislumbrar a confusão em torno do que é um dado da situação-problema e o que se caracteriza como uma hipótese. Esta discussão foi discutida juntamente com o professor no momento da comunicação da resolução da atividade para os demais cursistas, evidenciando que hipóteses são afirmações que se tomam como verdade para solucionar uma problemática, diferentemente do apresentado pelos cursistas, os quais consideraram como hipótese informações já fornecidas pelo texto.

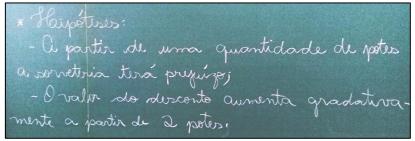
Figura 3 - Hipóteses e seleção de variáveis por parte dos cursistas do grupo G1 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"

Fonte: registros escritos dos cursistas do grupo G1.

Já os cursistas do grupo G3 recorreram a uma segunda problemática com vistas a responderem a problemática inicial, mediante Modelo Matemático por eles proposto: "até que quantidade de potes de sorvetes será viável para o lojista manter a promoção?". A relação das hipóteses com a situação-problema foi indicada de acordo com a Figura 4, durante a socialização dos grupos no quadro negro.

Figura 4 - Registro das hipóteses por parte dos cursistas do grupo G3 quanto ao

desenvolvimento da "Atividade do sorvete"



Fonte: registros dos cursistas do grupo G3.

O grupo G3 definiu como variáveis: *x* a quantidade de potes de sorvetes e *y* o valor a pagar (Figura 5).

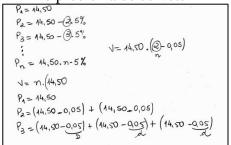
Figura 5 - Seleção de variáveis por parte dos cursistas do grupo G3 quanto ao desenvolvimento da "Atividade do sorvete"



Fonte: registros dos cursistas do grupo G3.

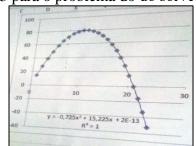
A partir da definição de variáveis e da formulação de hipóteses o grupo G1 utilizou o princípio da recorrência matemática para obtenção de um Modelo Matemático, conforme Figura 6. Desse modo, os cursistas obtiveram como Modelo Matemático a expressão algébrica $V_n = 14,50 + (n-1).13,775$. Por outro lado, o grupo G3 utilizou o *software* excel para obter uma função matemática que melhor se ajustasse aos dados tabulados referente a compra de sorvetes, obtendo o gráfico apresentado na Figura 7.

Figura 6 - Resolução do Grupo G1 para o problema do sorvete



Fonte: registros escritos dos cursistas.

Figura 7 – Modelo Matemático do grupo G3 para o problema do do sorvete"



Fonte: registros escritos dos cursistas

Ambos os grupos de cursistas responderam o problema inicial proposto pelo professor com o auxílio de uma nova problemática por eles indicada, no sentido de possibilitar a obtenção de um Modelo Matemático. Por meio do uso da recorrência matemática, o grupo G1 indicou o modelo que representa o valor a pagar pelos potes de sorvete a partir da segunda

unidade de pote de sorvete adquirido, conforme representado na Figura 8.

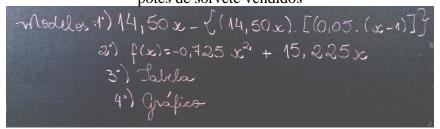
Figura 8 - Modelo Matemático para o valor da venda de sorvetes proposto pelo grupo G1

```
V_{A} = 14,50
V_{A} = 14,50 + 14,50 - (14,50.0,05)
= 14,50 + 14,50 - 0,$$^{4}25
= 14,50 + 13775
= 28,275
V_{B} = 14,50 + [14,50 - (14,50.0,05)] + [14,50 - (14,50.0,05)]
V_{A} = 14,50 + (n-1). [14,50 - (14,50.0,05)]
= 14,50 + (n-1). 13,775
= 14,50 + 2. 13,775
= 14,50 + (n-1). 13,775
= 14,50 + 3. 13,775
= 14,50 + (n-1). 13,775
= 14,50 + (n-1). 13,775
```

Fonte: registros dos cursistas do grupo G1.

O grupo G3, por sua vez, utilizando-se de uma questão mais aberta, apresentou quatro tipos de modelos matemáticos para solucionar a situação colocada, a partir de quantos potes de sorvete não será mais viável ao fabricante manter a promoção (Figura 10).

Figura 9 - Representações do Modelo Matemático proposto pelo grupo G3 para o número de potes de sorvete vendidos



Fonte: registros dos cursistas do grupo G3.

Nesse sentido, vale destacar que um Modelo Matemático é "uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a invesgitam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa formentar a solução de algum problema" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.13).

Com efeito, um Modelo Matemático pode assumir diferentes sistema de representações, sejam eles algébricas, gráficos, tabulares, entre outros. E, assim, a Modelagem Matemática visa a busca de soluções para situações-problema por meio de um Modelo Matemático (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Embora um Modelo Matemático possa

assumir diferentes sistemas de representações, o Modelo Matemático escolhido pelo grupo deverá ser aquele em que os cursistas optaram pela utilização para responder à situação-problema, sendo o restante representações diferentes do mesmo modelo.

Logo, o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática pelos grupos G1 e G3 seguiu por resoluções diferentes, pois cada grupo considerou uma situação-problema diferente para responder à problemática apresentada pelo professor. Frente as duas perguntas formuladas pelos cursistas, diferentes procedimentos foram utilizados, de modo que os grupos discutiram sobre as possibilidades de uma situação-problema para a investigação de diferentes questões e que, por sua vez, propiciam uma respostas condizentes aos problemas e/ou hipóteses assumidas inicialmente, de acordo com os interesses de quem os analisam.

O trabalho do grupo G1, bem como uma interpretação das fases da atividade de Modelagem Matemática percorridas pelos grupos podem ser vistas no Quadros 16.

Quadro 7 - Atividade Vendas de Sorvete e as Fases da Modelagem Matemática no desenvolvimento do grupo G1

Atividade de Primeiro Momento "Venda de Sorvetes"

Inteiração

Formulação de Hipéteses e

Formulação de Hipóteses e Situação-problema Definição de variáveis encaminhada pelo professor Tendo em vista que no dia 23 de setembro écomemorado o hipoteus: o comprar 1 yote - 14,50 dia nacional do sorvete, um estabelecimento da cidade, · compar 2 ou mais - descl de 5% resolveu fazer uma promoção na compra de potes de em cada yete adquirido, a partir sorvetes: na compra de dois ou mais potes de sorvete de 2L, será concedido um desconto de 5% por cada pote de sorvete do 2º hote. adquirido. Considere o valor unitário de R\$ 14,50 (quatorze Variaveis - P= Pote de Josvete = 290 reais e cinquenta centavos) para o pote de sorvete de 2L. A d= descente de 5% por fote partir dos dados apresentados acima, qual éo modelo V= valor a ler pago. matemático que represente esta situação? Validação do modelo matemático Dedução de um modelo matemático V= 14,50 P2=14,50-(3.5% Va= 14,50 + 14,50 - (14,50.0,05) = 14,50 + 14,50 - 0,725 = 14,50 + 14,50 - 0,725 = 14,50 + 13775P3 = 14,50 - 3.5% V= 14,50. (Q-0,05) = 28,235 N3 = 14,50+[14,50-(14,50.0,05]]+[14,50-(14,5.0,05]] Pn = 14,50. n-5% 13= 14,5+ (n-1). [14,50-(14,50.0,05)] = 14,50+(n-1).13,775= 14,50+2.13,775= 44,50V= n.(14,50 Pa= 14,50 V4= 14,50 + (n-1), 13,775 Pa= (14,50-0,05) + (14,50-0,05) = 14,50+ 3,13,775 = 55,825,, Vn = 14,50+(n-1). 13,775 Resolução Validação

Fonte: dos autores (2019)

No desenvolvimento dessa atividade, os cursistas focaram na fase de resolução, se preocupando com a obtenção do Modelo Matemático e sua validação. Neste contexto, a interpretação do Modelo Matemático não ganhou espaço nas discussões, mas antes

disso o foco incidiu na caracterização do termo hipótese. O professor assumindo o papel de mediador retomou o uso do termo e o contraste com os dados na comunicação e sistematização da atividade. A confusão conceitual foi retomada pelo professor no momento da comunicação da resolução da atividade para os demais cursistas. De acordo com Houaiss (2009), o termo hipótese pode ser definido como uma possibilidade considerada válida antes de sua confirmação.

Os autores Almeida, Sousa e Tortola (2015) argumentam que não há hipóteses certas ou erradas *a priori* nas atividades de Modelagem Matemática, desa forma a experiência dos modeladores e suas informações sobre a situação-probelma podem conduzir a formulação de hipótese cuja adequação e veracidade podem se confirmar ou não, conforme a adequação ou interesse do modelador.

A articulação dos conteúdos usados na atividade de Modelagem Matemática com os conteúdos programáticos da Educação Básica pode ser feita quando os cursistas mobilizam o uso dos conceitos de Teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos e relações trigonométricas, conceitos estes requeridos no desenvolvimento da atividade sobre a vendas de Sorvete.

Em relação à situação-problema proposta ao grupo G2, o Quadro 7 apresenta a descrição da "Atividade da calça jeans", que retrata sobre qual deve ser a numeração de uma calça jeans, de modo que se adeque ao quadril de uma mulher.

Quadro 8 - Descrição da situação-problema utilizada na "Atividade da calça jeans"

E EU PERGUNTO: TEM CALÇA DE QUAL TAMANHO?

Ainda hoje é possível encontrar pessoas que costumam fazer roupas com costureiros, visando um ajuste ideal das peças às medidas de seu corpo. No entanto, é comum as pessoas comprarem roupas feitas segundo padrões de medida específicos. A variedade de marcas existentes leva a diferentes medidas-padrão própria.

Nesse contexto, podemos realizar uma investigação acerca do "tamanho (numeração) da calça jeans de uma pessoa de acordo com suas medidas". A numeração de calças utilizada para homens é a mesma numeração utilizada para mulheres? Calças jeans têm numeração diferente daquela usada para outros tipos de calças? Quais medidas do corpo humano são levadas em consideração para definir a numeração da calça jeans?

As perguntas iniciais, possíveis de investigação, discussão e pesquisa, podem conduzir a algumas hipóteses e simplificações importantes para a formulação do problema de investigação. Por exemplo, discutir a questão referente às medidas do corpo humano que são consideradas para estabelecer a numeração da calça jeans implica considerar se o objeto de investigação é a numeração da calça jeans masculina ou feminina. Escolher a calça jeans feminina remete, por sua vez, à discussão de que parte do corpo é determinante para definir

a numeração da calça. Neste texto, considerar-se-á a medida do quadril já que, se a calça passa pelo quadril, mesmo ficando um pouco larga na cintura, pode ser adaptada com o uso de algumas pences.

Nesse contexto, conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans?

Dado o problema, faz-se necessário coletar informações que possibilitem sua resolução, seja de modo empírico realizando medidas em algumas pessoas ou mediante pesquisa bibliográfica⁸, conforme Tabela 1.

Tabela 1: Número de calça e medida de quadril

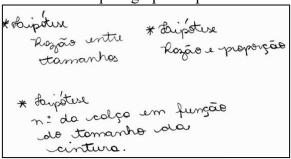
Quadril	88	92	96	100	104	108	112	116	120	124
Nº da calça	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.48)

Apresentada a situação-problema ao grupo G2, realizou-se uma discussão entre o pesquisador e os cursistas referente ao tamanho de uma calça jeans, de modo que o grupo iniciou a investigação da "relação existente entre o número da calça e a medida do quadril".

As investigações promovidas pelo grupo G2 indicaram a formulação de três hipósteses para buscar uma solução para a situação-problema, conforme apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Hipóteses formulada pelo grupo G2 para a "Atividade da calça jeans"



Fonte: registros dos cursistas

O Grupo G2 definiu como variáveis: x para a medida do quadril e y para o número da calça jeans, após as formulações de hipóteses, os cursistas, utilizaram o conceito de função afim, construção de gráfico, sistemas lienares, além de razão e proporção. A Figura 11 apresenta a resolução do grupo utilizando os conteúdos de função afim e resolução de sistema lineares.

⁸ Na Tabela 1 Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.48* apresentam os dados obtidos na Revista Manequim, edição 551, novembro de 2005, p. 35.

Figura 11 - Dedução do Modelo Matemático do grupo G2 para a "Atividade da calça jeans"

Fonte: registros dos cursistas do grupo G2.

Na resolução apresentada na Figura 12, o grupo G2 obteve o Modelo Matemático algébrico, sendo $y = \frac{1}{2}x - 8$. Anterior a esta solução, este grupo ainda apresentou um desenvolvimento para a situação-problema, utilizando os conceitos de razão e proporção, nesta tentativa de solucionar a situação-problema, resolução não culminou em um Modelo Matemático, não sendo possível sua validação (Figura 12), deste modo, o grupo G2 retornou às fases da Modelagem Matemática e iniciou-se novamente a investigação que culminou na solução apresentada anteriormente (Figura 11).

Figura 12 - Resolução do grupo G2 para a "Atividade da calça jeans" utilizando-se os conceitos de razão e proporção

	Eug Proportus
28 - 36 T= da colça 36-54 1-1,055 / 0,003 2-1,052 / 0,002 3-1,050 / 0,003 4-1,047 / 0,002 5-1,045 / 0,002	Suchul 124-23 1-1,445 70,002 2-1,043 70,001 3-1,040 70,001 4-1,040 70,001 5-1,038 70,002
5- 11045) 0,000 6- 11043) 0,000 7- 1104) 0,000 7- 1104) 0,000 9- 1104) 0,000	6-1,034 >0,001 8-1,034 >0,001

Fonte: registro dos cursistas do grupo G2.

Em resposta ao Questionário, evidencia-se a maneira como os dados obtidos na "Atividade da calça jeans" foram validados pelo grupo G2:

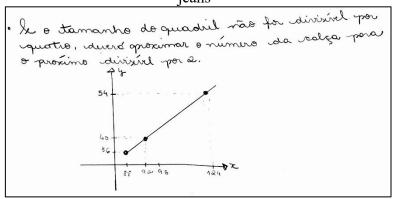
Questão 7: Como foi o processo de interpretação dos dados e validação, na atividade desenvolvida no Módulo I?

A interpretação foi realizada por meio de leituras e montagem de tabela. E a validação foi por meio da aplicação do modelo encontrado com todos os dados disponíveis.

Registros do grupo G2Q1.

Para obter uma solução final à problemática, o Grupo G2 interpretou os dados e validou o Modelo Matemático $y = \frac{1}{2}x - 8$, esboçando o gráfico da função conforme Figura 13.

Figura 13 - Interpretação de dados e validação do grupo G2 referente a "Atividade da calça jeans"



Fonte: registro dos cursistas do grupo G2.

O grupo G2 mobilisou as fases da atividade de Modelagem Matemática passando pela inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação. O foco da discussão desta atividade manteve-se no processo da busca por uma solução que não é linear nas fases descritas, mostrando a dinamicidade da atividade de Modealgem Matemática, em que houve a tentativa de uma solução não válida e a retomada do processo de investigação.

A articulação desta atividade de Modelagem Matemática com os conteúdos do currículo da Educação Básica deu-se pela mobilização dos conceitos de razão e proporção, função afim, função exponencial e sistema lineares, que foram emergidos da problemática envolvendo a relação entre o comprimento de um quadril feminino e sua relação com o número da calça jeans.

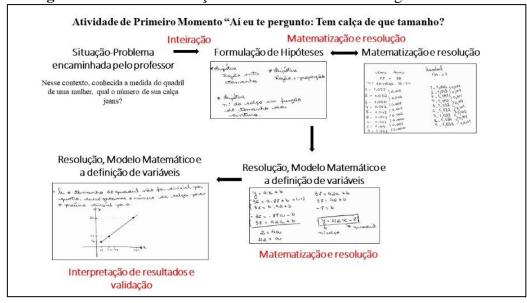


Figura 14 - Atividade Calça Jeans e as Fases da Modelagem Matemática

Fonte: dos autores (2019)

Essa atividade proporcionou a discussão em torno do que caracteriza uma estrutura matemática como Modelo Matemático. Diferentes representações foram usadas pelos cursistas. Ao lançar a questão, "o que é um modelo?", foi possível perceber que os cursistas fizeram a distinção feita por "modelo" e "modelo matemático", apresentando que "modelo" é a representação de algo e no caso do Modelo Matemático é algo que representa uma situação-problema em termos matemático. E ainda que um Modelo Matemático pode assumir diferentes representações como as formas gráficas, tabular, algébricas - o que ficou evidenciado no desenvolvimento das atividades.

O que vem a ser um "problema" em Atividades de Modelagem Matemática também foi foco de discussão que culminou na asserção de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12) como "uma situação na qual o indivídio não possui um esquema a priori para sua solução".

Em seguida, ao concluirem o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática de acordo com o primeiro momento de familiarização de Almeida e Dias (2004) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), ainda divididos em grupos, passamos ao estudo do aporte teórico 01 "O que é Modelagem Matemática?", capítulo 01 do livro Modelagem Matemática na Educação Básica de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Após a leitura entre os grupos, alguns questionamentos como "Como os autores definem Modelagem Matemática na Educação Matemática?", "o que é um Modelo Matemático?", "Há fases para se trabalhar com a Modelagem Matemática? Quais?", foram feitos com objetivo de fomentar as discussões. Não foi possível a gravação de áudio nesta primeira discussão promovida entre os grupos, no entanto, ao iniciar a descrição analítica do

encontro, o pesquisador sentiu a necessidade de analisar as falas dos cursistas frente a riqueza de informações contida nos diálogos, Por isso, os diálogos seguintes foram gravados e transcritos.

Neste contexto, entrou em cena a discussão acerca das fases de uma atividade de modealgem matemática e como modelos matemáticos são usados neste contexto, os cursistas apresentaram uma sucinta explicação de cada uma das fases das atividades de modelagem matemática, enfatizando o entendimento teórico de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Esta discussão foi importante pois os cursistas evidenciaram elementos pontuais e característicos da perspectiva destes pesquisadores. Ao término, foi feita uma retomada das etapas e conclusão das discussões teóricas, que seriam retomadas no estudo do próximo texto "Modelagem Matemática: uma oportunidade para a reflexibilidade do professor de matemática", já no desenvolvimento do segundo módulo de curso.

Em sínteses, o objetivo deste módulo foi proporcionar uma integração entre os cursistas e o contato inicial destes com aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática.

A integração dos cursistas deu-se por meio de uma dinâmica denominada de "dinâmica da entrevista", por meio desta inteiração entre os cursistas, foi possível revelar características pessoais e intelectuais dos cursistas com relação à sua formação acadêmica e sobre o contato destes com a Modelagem Matemática, e que foi possível constatar que os mesmos demonstraram conhecimentos prévios com relação à Modelagem Matemática.

Visando proporcioar um momento de relacionar a teoria com a prática foram trabalhadas duas situações-problemas diferentes mas desenvolvidas simultaneamente entre os grupos de cursistas. Os grupos G1 e G3 ao desenvolverem a "Atividade do Sorvete" necessitaram de formular uma nova questão de investigação para responder à situação-problema proposta, por outro lado, o grupo G2 desenvolveu a "Atividade da Calça Jeans". Os grupos G1 e G2 equivocaram-se com relação a criação de hipóteses e o reconhecimento de informações sobre a situação-problema que foram trazidas pelo professor do curso para que se houvesse a inteiração com o tema proposto. O grupo G3 apresentou várias representações diferentes do Modelo Matemático, como solução da problemática proposta.

4.2 DESCRIÇÃO ANALÍTICA DO MÓDULO II

O segundo módulo de curso teve como objetivo provocar uma reflexão sobre a prática docente com Modelagem Matemática e apresentar encaminhamentos para o

desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no contexto da Educação Básica, e para isto contou com a duração de dezesseis horas, divididos em dois encontros presenciais que contemplaram doze horas, além de atividades extra-classes que corresponderam a quatro horas. O primeiro encontro do módulo II iniciou-se com os cursistas dispostos em círculo, a partir do qual realizou-se uma breve retomada dos principais tópicos abordados no módulo I, tais como: a perspectiva da Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática e as fases do desenvolvimento de uma atividade de Modealgem Matemática. Contudo, vale ressaltar que dois dos cursistas não estiveram presentes neste primeiro encontro do módulo II (C4 e C7).

Na sequência, foram socializadas as discussões promovidas entre os cursistas, sobre o texto "Modelagem Matemática: Uma oportunidade para a reflexibilidade do professor de Matemática" (ROSA; KATO, 2014). De maneira geral, na socialização sobre a prática reflexiva do professor de matemática com a Modelagem Matemática, foram discutidas a necessidade do professor sair de sua "Zona de Conforto", principalmente para aqueles que não utilizam uma aboragem metodológica diferenciada em sua prática docente, como é o caso da Modelagem Matemática como uma alternativa para o ensino da Matemática. Deste modo, é preciso que o professor se altere a prática onde tudo se torna previsível. O diálogo abaixo apresenta esta reflexão ao discutirem características os professores que fizeram parte da pesquisa que foi apresentada no aporte teórico:

C2: e estava na zona de conforto dele...

C3: Sim!

C2: Eu não me lembro se aí fala quantos anos ele dava aula?

C3: Eu acho que fala sim...

C2: Porque dependendo da quantidade de tempo em que ele já dá aula, ele já tem tanta segurança em si mesmo, que ele não quer sair daquela zona de conforto e pegar uma tendência metodológica que ele não conhece muito bem.

C6: A preocupação dele era que a turma fosse disciplinada.

C3: Isto! Porque ele tinha medo da turma fazer perguntas e ele não saber responder.

Registros do diálogo D2.

Nos trechos destacados acima, pode-se observar uma reflexão sobre a segurança que o professor pode adquirir em relação à sua prática docente, devido a experiência obtida com o passar do tempo. Estes fatores podem resultar no desinteresse por abordagens metodológicas alternativas, tornando as aulas rotineiras e previsíveis. Contudo, ao final deste encontro, quando questionados a respeito (Apendice B), os cursistas fazem um ressalva:

Questão 1: Quais são as características de um professor reflexível apresentada no aporte teórico?

Percebi que os professores mais jovens se preocupam mais em estudar e procurar abordagens metodológicas, já os professores mais experientes, confiam mais em seu trabalho e alegam não necessitar de novos conhecimentos ou não possuir tempo para procurar novas metodologias. Essas características do texto são comuns a professores que fazem parte do meu ambiente de trabalho.

Registros do grupo G2Q2.

A reflexão dos cursistas sobre a prática docente e a busca por alternativas que auxilam no processo de ensino, está diretamente relacionado com os aspectos ligados à aprendizagem dos alunos, de acordo com o dialogo D2 a seguir, as discussões voltam-se para um olhar sobre a aprendizagem dos alunos quando inseridos em atividades de Modelagem Matemática. Esta discussão vai ao encontro do exposto por Rosa e Kato (2014, p. 3) em que "é preciso que os professores tenham a oportunidade de discutir com seus alunos o conteúdo e suas aplicações, questionando-os, ouvindo-os, para que a partir das respostas consigam identificar possíveis problemas de aprendizagem". Vale ressaltar ainda que o estudo possibilitou uma reflexão dos cursistas sobre a preocupação com a aprendizagem do aluno:

P: Mas e daí? No texto apresenta que ela tinha esta preocupação com a aprendizagem dos alunos?

C3: Não!

P: Ela mostrava assim, que se ela mudasse a prática dela, os alunos iriam começar a se interessar mais ou menos pela matemática? Ela não acreditava nisto! O que ela argumentava é que os alunos não estavam nem aí mesmo, **eles não queriam aprende**r.

C6: A pessoa se acomoda também né? Se acomoda e os alunos de hoje em dia não são os mesmo de trinta anos atrás né?

C3: É isto mesmo que eu iria falar! Elas já viram alunos...

C6: De trinta anos atrás sentados, tinha um ou outro que tinham problemas de comportamento, às vezes. Hoje em dia você tem dois ou três que estão quietinhos e os restantes pulando, e você chamando a atenção, porque senão você não consegue ensinar.

C5: Mas isto não significa que eles não queiram aprender né?

Registros do diálogo D2.

Note que na fala do cursista C6, sobre a mudança de postura com relação aos alunos, "os alunos de hoje em dia, não são os mesmos de trinta anos atrás né?", C5 complementa "isto não significa que eles não queriam aprender né?". Logo, há uma reflexão

sobre a necessidade de encontrar "caminhos" que levem ao ensino frente às mudanças de atitudes dos alunos. As discussões apresentadas pelos cursistas no primeiro debate, voltaram-se para questões sobre a prática docente reflexiva e a necessidade de um ensino que valorize a participação e a motivação dos alunos em busca de uma aprendizagem que leve significado aos conteúdos estudados e ainda pela busca por abordagens de ensino alternativas que auxiliem os professores nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos. De acordo com as respostas obtida pelo questionário 2, os cursistas enfatizam a busca por alternativas que auxiliam nestes processos de ensino e de aprendizagem.

Questão 1: Quais são as características de um professor reflexível apresentada no aporte teórico?

Hoje em dia, com o processo seletivo tipo PSS, há muitos professores de matemática que lecionam sem terem concluídos a graduação, desta forma, sentem-se inseguros, por não terem total conhecimento e domínio do conteúdo a ser ensinado. Há, também, professores de mais de 20 anos de profissão que, devido à falta de interesse dos alunos em aprender, não se sentem motivados a realizar qualquer tipo de formação continuada, pois acreditam que isto não será significante para mudar a realidade em sala de aula.

Registros do grupo G1Q2.

Dentre as respostas apresentadas no Questionário 2, o grupo G1 realiza uma argumentação que corrobora com a discussão em torno da falta de confiança dos professores mais experiêntes com abordagens metodológicas que possam auxiliar no ensino e na aprendizagens dos alunos, e também para os professores em fase de formação, que se sentem inseguros quanto ao prórpio domínio com os conteúdos matemáticos.

Questão 1: Quais são as características de um professor reflexível apresentada no aporte teórico?

Um professor reflexivo é aquele que repensa suas práticas constantemente, levando em consideração contextos, situações. É aberto a conversas com seus alunos, oportunizando propostas diferenciadas. Desafia suas próprias competências e compartilha experiências, além de sempre estar aberto ao novo.

Registros do grupo G1Q2.

Ainda em relação ao estudo dirigido, os alunos discutiram sobre as possibilidades que a Modelagem Matemática pode propreionar quanto a reflexão, por parte do professor, sobre a aprendizagem dos alunos, evidenciando que o conhecimento deve ser

construido socialmente, de modo que as atividades de Modelagem Matemática podem oportunizar uma inteiração maior entre os alunos e destes com o professor.

C3: Eu acho também, que no decorrer do desenvolvimento das atividades, o professor consegue observar melhor a participação dos alunos, e diante das discussões que os alunos têm, ele consegue refletir se os alunos sabem o conteúdo ou não... se os alunos estão aprendendo. Eu acho que ajuda a refletir neste sentido também né?

P: Fazer o aluno mais participativo.

C3: sim!

P: De certa forma, como vocês falaram, o professor tinha medo de ser questionado, então a Modelagem traz esta interação entre o professor e o aluno... C3: sim, porque se o professor for ao quadro e der uma aula e os alunos depois fizessem um monte de exercício ele não vai saber se a aprendizagem do aluno foi significativa ou não, ele não vai conseguir fazer esta reflexão, Ai! Meu aluno aprendeu ou ele sabia para resolver? Ou ele só copiou um modelo que eu dei? E na atividade de Modelagem Matemática ele pode acompanhar de perto o que os alunos estão falando, fazendo...

C6: E eu acho também que o professor não é detentor do saber, porque não é só o modelo que o professor passa que é o correto, porque as vezes você está em uma sala surge lá um modelo, uma maneira de resolver o problema que você nem pensou. E o professor tem que estar aberto para isto! E tem professor que vai ralar, mas se você não estiver aberto, o aluno mesmo pode dizer: Ah! Como é que você resolveu ali? E aí ele vai propor para os outros mais um caminho para a resolução.

C3: E às vezes o jeito que outro aluno resolve é mais fácil do amigo entender do que o jeito que o professor ensinou.

Registros do diálogo D2.

Uma das alternativas apresentadas pelos cursistas para conseguir estabelecer relações entre a aprendizagem do aluno e a busca pelo ensino é a formação continuada, pois desta forma, é possível que a formação em tendências metodológicas de ensino possa levar à reflexão da prática docente, superando práticas de ensino que não consideram a aprendizagem dos alunos. Neste sentido, ao serem questionados sobre a Modelagem Matemática como um caminho para a reflexibilidade do professor, o grupo G1 destaca:

Questão 1: Como a Modelagem Matemática pode ajudar na reflexibilidade de um professor?

Sim, pois é uma abordagem metodológica que possibilita a criatividade do aluno, ou seja, há inúmeros caminhos que o aluno possa tomar durante o desenvolvimento da atividade e com isso colocando o docente em situação que

exijam dele domínio tanto didático quanto do conteúdo, **levando a refletir sobre sua prática pedagógica.**

Registros do grupo G1Q2.

Em relação à formação docente em Modelagem Matemática, a discussão dos cursistas promoveu a reflexão sobre a formação continuada reflexiva, onde o professor deve passar pelo processo formativo refletindo sobre suas ações.

C5: É porque, geralmente, tem vários autores que já falam sobre isso, quando o professor começa, o que ele tem de base é todas as aulas que ele teve até o momento que ele começou, então o que ele tem de modelo ali, foram aquelas aulas, sem ser trabalhando dependendo da onde ele estudou ou não, não teve toda esta abordagem metodológica, estas tendências metodológicas por trás, é sempre uma aula mais expositiva, então este é o modelo dele, para começar a trabalhar em sala de aula logo de início, então, depois que ele começa a ter mais confiança, e tudo mais e ele quer mudar sua prática, ai ele tem que começar a passar por todo este processo de formação continuada e ir atrás destas metodologias de ensino, não sei que artigo que fala também sobre para o professor começar ter mais confiança em trabalhar com Modelagem e tudo mais ele tem que passar pelo papel de aluno quando ele está aprendendo a trabalhar com Modelagem, ou seja, ele tem que desenvolver atividades no papel de aluno também por isso que ele tem que passar por este curso que a gente está fazendo hoje com você, de formação continuada porque ele está aqui no papel desenvolvendo atividade com um professor que é um pouco mais especialista em Modelagem Matemática. Então, o professor está orientando os outros professores para tentar estar neste papel para depois ir para o ensino.

Registros do diálogo D2.

Ao propor a reflexão sobre a prática docente e alternativas que auxiliem nos processo de ensino e de aprendizagem, o cursista C6 expõe sua experiência pessoal, ao propor que a utilização das tendências metodológicas sugeridas por Paraná (2008), com suas alunas do curso de magistério. A experiencia compartilhada apresentou possibilidades de inserção destas tendências na Educação Básica, uma vez que a cursista C6 propôs que suas alunas além de buscar informações sobre estas tendência metodológicas, elaborassem e desenvolvessem uma atividade na Educação Infantil.

C6: Esse negócio mesmo de você falar que vai fazer um curso, igual eu falei para você, eu chamei um monte de gente para fazer o curso, ou que você está estudando, a maioria fala: Ah! Você é louco! Você já fez a faculdade, parou! Eu acho que tem que continuar, só queria dar um exemplo, minhas aulas do quarto ano do magistério lá em Congonhinhas, na disciplina de matemática, eu pedi para elas verem as metodologias matemática, porque elas vão dar aulas de matemática

do primeiro ao quinto ano, ai eu lembrei que você falou que não tem publicação em Modelagem Matemática na Educação Infantil, só que elas tiveram que procurar alguma coisa. Mas elas sofreram porque a turma de ontem era modelagem e eu penso que de todas as abordagens é a mais difícil delas encontrarem, resolução de problema, Etnomatemática sofram, mas elas aplicaram direitinho assim. Daí elas tem que aplicar, como se as aulas da sala fossem as crianças. Então elas chegaram, foram procurar onde que utilizavam os números dentro da escola e forma ligando uma coisa com a outra, mas deu trabalho para elas encontrarem material. Mas como se diz, elas estão no quarto ano do magistério, algumas já estão dando aula, já fazem estágio, são estagiárias no município, é uma maneira de aplicar várias tendências metodológicas para as crianças, porque as crianças saem do quinto ano, a maioria odiando matemática, por quê? Porque o professor perde uma horinha da aula ali e trabalha três horas língua portuguesa, perde as vezes uma horinha, meia horinha com matemática passa uma coisinha básica, aí a criança chega na sexta ou sétima série... nono ano...

P: E elas são alunas do magistério?

C6: Quarto ano do magistério

P: E no magistério elas tem esta formação em Modelagem?

C6: Não tem, mas a gente coloca. Porque elas têm metodologia em matemática só no terceiro ano, mas eu trabalho nos quatro anos, então todos os anos eu trabalho alguma coisa fora da matemática, do conteúdo específico da matemática, trabalho algumas coisas para eles usarem lá na frente.

P: Alguma abordagem diferenciada?

C6: Isto! Ai o quarto ano está trabalhando com todas as metodologias, cada uma pegou uma metodologia para trabalhar, de ontem foi modelagem. E olha que deu trabalho para encontrar material!

P: Legal! Muito bom que tem...

C6: Pelo menos elas vão ter uma noção das metodologias que elas podem usar. Registros do diálogo D2.

Ao promover este momento de troca de experiências, nos atentamos às recomendações de Tambarussi e Klüber (2014b), no que se refere a promoção não apenas de reflexões direcionadas as atividades de Modelagem Matemática em si, mas a questões mais amplas, como as possibilidades de implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica e sobre a reflexão da prática docentes estimuladas entre os cursistas. A ideia de que a formação continuada e as abordagens de ensino diferenciadas sejam caminhos possíveis para promover a reflexibilidade do professor é vista também nas respostas do grupo G1 e G2 ao Questionário 2.

Questão 1: Como a Modelagem Matemática pode ajudar na reflexibilidade de um professor?

A Modelagem permite possibilidades de reflexões em relação ao novo, oferecendo motivações para o desenvolvimento de ações diferentes que aproximem tanto o

professor quanto aluno da realidade e os tornem ativos quanto o desenvolvimento do conhecimento, tornando mais interessante à prática pedagógica.

Registros do grupo G1Q2.

Permitindo que o professor desenvolva suas ações com mais motivação, que discuta o conteúdo, bem como suas aplicações com seus alunos, propondo questões, ouvindo-os, a fim de identificar possíveis problemas no processo de ensino e de aprendizagem.

Registros do grupo G2Q2.

Em síntese as discussões trazidas pelos aporte teórico deste segundo módulo referem-se à preocupações dos docentes com relação ao uso da Modelagem Matemática em sala de aula, evidenciando a necessidade do professor saír de sua "Zona de Conforto" para uma prática docente que possibilita momentos de imprevisibilidade no decorrer de suas aulas, preocupação com a aprendizagem dos alunos, a insegurança dos professores com relação ao uso da Modelagem Matemática e as características do professor reflexivo. Diante do exposto, fica evidente que o estudo dirigido e as reflexões decorrentes possibilitaram identificar as inquetações dos cursistas quanto à prática docente sem uma reflexão.

Após esta reflexão, foram propostas duas atividades para serem desenvolvidas: a primeira Atividade denominada "tarefa do tanque de óleo" e a segunda intitulada "método do carbono 14". Ambas atividades foram desenvolvidas segundo as orientações do segundo momento de familiarização com Atividades de Modelagem Matemática proposta por Almeida; Silva e Vertuan (2012) e durou aproximadamente quatro horas..

Para o desenvolvimento da atividade denominada "tarefa do tanque de óleo", foram formados apenas dois grupos entre os cursistas, visto que dois dos cursistas não puderam estar presentes no período matutino do curso, e portanto, não desenvolveram esta atividade. O Quadro 8 apresenta a divisão dos cursistas nos respectivos grupos.

Quadro 9 - Divisão dos cursistas em grupos para o desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo"

Grupo	Cursistas	Atividade de Modelagem Matemática
G1	C6 e C1	Tarefa do tanque de óleo
G2	C2, C3 e C5	Tarefa do tanque de óleo

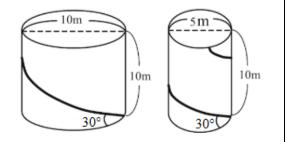
Fonte: dos autores (2019)

De modo geral, ambos os grupos percorreram as fases da atividade de Modelagem Matemática, conforme proposto por Alemida, Silva e Vertuan (2012). Para desenvolvimento desta atividade foram disponibilizados materiais, tais como: barbante, tesoura, cola, fita adesiva, tubo de papel higiênico e transferidor. A investigação desta atividade consiste em determinar o comprimento do corrimão de dois tanques de óleo (Quadro 10).

Quadro 10 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema utilizada na "tarefa do tanque de óleo"

Tarefa do Tanque de Óleo

Existem vários tipos de tanques de óleo. Suas alturas são iguais, mas seus diâmetros são diferentes. Os comprimentos das escadas. em espiral nestes tanques de óleo são iguais ou não? O ângulo da escada em relação ao solo é de 30°.



Tarefa do tubo de papel higiênico

Como é impossível "abrir" a escada real do tanque de óleo, por se encontrar na forma de espiral, podemos usar um tubo de papel higiênico como uma forma semelhante à de um tanque de óleo, pois o tubo de papel higiênico pode ser aberto ao longo de sua fenda para mostrar o formato 2D, ou seja, considere o que seria a forma de um tubo de papel higiênico aberto.

Fonte: Kawakami; Saeki; Matsuzaki, 2013

A inteiração com a situação-problema ocorreu mediante a leitura do texto contido no Quadro 9, o qual foi disponibilizado pelo professor juntamente com tubos de papel higiênico para que fosse possível a planificação. Neste sentido, após a explicação sobre a situação-problema que seria desenvolvida, ambos os grupos iniciaram sua investigação desenhando a planificação do tanque de óleo na folha disponibilizada para anotações.

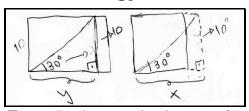
A investigação baseada na busca da solução para a situação inicial ocorreu utilizando-se como ferramenta matemática o conteúdo de teorema de pitágoras e as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Contudo, é possível observar no registro escrito do grupo G1 (Figura 15) que esta alternativa não foi válida.

Figura 15 - Desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G1

Fonte: Registro escrito do grupo G1

O fato do grupo G1 não validar um modelo e precisar percorrer novamente as fases da Modelagem Matemática, revela a característica desta abordagem ao permitir movimentos de 'idas' e 'vindas' (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), evidenciando aspectos da dinamicidade da Modelagem Matemática. Recorrendo novamente ao desenho da planificação do tanque de óleo, o grupo G1 observou as semelhanças e relações entre os desenhos, mediante medidas entre os ângulos e a altura de ambos os desenhos, conforme representado na Figura 16.

Figura 16 - Segunda tentativa de desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G1



Fonte: Registro escrito do grupo G1

Com esta representação, o grupo passou para a resolução utilizando-se do conteúdo de semelhança entre triângulos e determinou que a altura de ambas escadas seria C = 2h, definindo as variáveis C como o comprimento das escadas e h a altura das escadas. Neste sentido, o desenvolvimento da atividade ocorreu conforme apresentado na Figura 17.

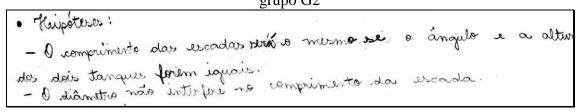
Figura 17 - Detalhamento quanto ao desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo

grupo G1 y = h y = x = Z $z = \sqrt{h^2 + 300}$ $z = \sqrt{h^2 + 360}$ $z = \sqrt{h^2 + h^2}$ $z = \sqrt{h^2 + 3h^2}$ $z = \sqrt{h^2 + 3h^2}$

Fonte: Registro escrito do grupo G1

De acordo com o grupo G1, a Interpretação dos dados e Validação ocorreu "considerando que o triângulo \widehat{ABC} e $\widehat{A'B'C'}$ possuem dois pares de ângulos correspondentes iguais e os lados \overline{AB} e \overline{AC} são iguais, consequentemente, os triângulos são iguais e com isso o comprimento representado pelos lados \overline{AC} e $\overline{A'C'}$ são iguais (escada)". Em outras palavras podemos aferir que se o ângulo da escada e a altura de ambos tanques forem iguais, as escadas terão o mesmo comprimento. Portanto, estas são as duas variáveis que exercem influência no comprimento do corrimão, não o diâmetro do tanque de óleo. Tais constatações foram consideradas como hipóteses pelo grupo G2, conforme evidenciado na Figura 18.

Figura 18 - Formulação de hipótese para desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G2



Fonte: Registro escrito do grupo G2

Neste sentido, para a investigação pelo grupo G2, os cursistas resolveram iniciar pela planificação do tubo de papel higiênico com dois diâmetros diferentes, conforme Figura 19. As marcações feitas a tinta de caneta referem-se a representação do corrimão do tanque de óleo e após a planificação o grupo G2 passou para a fase de matematização. Vale

ressaltar que neste processo foram selecionados como variáveis o diâmetro dos tanques, pois no texto foi proposto duas medidas diferentes do diâmetro do tanque e do tubo de papel higiênico.

12 - 1 idimiricação do tudo tudo de paper inigiente o peto g

Figura 19 - Planificação do tubo de papel higiênico pelo grupo G2

Fonte: Registro escrito do grupo G2

De posse das planificações e possíveis comparações, o grupo G2 resolveu a atividade utilizando-se do conteúdo de relações trigonomêtricas no triângulo retângulo, conforme Figura 20.

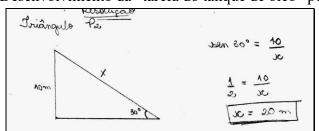


Figura 20 - Desenvolvimento da "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G2

Fonte: Registro escrito do grupo G2

Neste caso, a Interpretação dos dados e a Validação ocorreu comparando o comprimento do barbante que o grupo G2 utilizou na planificação do tubo de papel higiênico. Deste modo, comprovaram que os comprimentos foram o mesmo e não dependeram do diâmetro de ambos os tubos de papel higiênico (Figura 21).

Figura 21 - Interpretação dos dados e a Validação referente a "tarefa do tanque de óleo" pelo grupo G2

Volidação e Interpetação

O volidação foi realizadar por meio da planificação (do relo de popul higinico) utilizando barbante e transferidor comporando o tamanho do barbante com es nexultados obtidos ma pose da resolução. Concluindo, então, que memo com altragão no tamanho de diâmetro, o temperanto da escada será o que memo com diferença, apenar, na quantidade de voltar que ula momo com diferença, apenar, na quantidade de voltar que ula da no tanque.

Fonte: Registro escrito do grupo G2

Note que ambos os grupos perceberam que o comprimento do corrimão é o mesmo e não depende do diâmetro do tanque de óleo. Esta resolução foi sistematizada pelo professor ao término da socialização, levando em considerações as hipóteses formulada por ambos os grupos. Além disso, percebe-se que novamente percorreram caminhos distintos e utilizaram-se de estratégias deferenciadas. Neste sentido, vale ressaltar que no primeiro momento de familiarização, o professor apresentou o tema, os dados, a situação-problema e orientou os cursistas por todas as fases da Modelagem Matemática. Contudo, neste segundo momento de familiarização, o professor apenas apresentou o tema e a situações-problema, possibilitando aos cursistas maior independência na investigação destas situação-problema em relação à situação-problema desenvolvida no módulo I. Este encaminhamento vai ao encontro das orientações propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Ao final deste encontro, os cursitas foram reorganizados em dois grupos, pois os cursistas C1 e C4 alegaram não ser possível desenvolver Atividades de Modelagem Matemática em turmas da Educação Básica, visto que o cursista C1 não estava lecionando e o cursista C4 ter alegado que a escola em que atua não permite o desenvolvimento de atividades deste tipo, tendo de seguir os conteúdos da apostila e da forma proposta por esta. De tal forma, foi solicitado aos cursistas que escolhessem temas e problemáticas para a elaboração de uma proposta a ser desenvolvida no módulo III deste curso cuja proposta consistia em desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática com um tema de sua escolha. Os grupos foram divididos conforme Quadro 11.

Quadro 11 - Divisão dos cursistas em grupos para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática do Módulo III.

Grupo	Cursistas
G1	C1, C4, C6, e C7
G2	C2, C3 e C5

Fonte: dos autores (2019).

O quinto encontro presencial do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática iniciou-se com uma breve conversa entre o professor e os cursistas sobre os temas sugeridos entre os grupos. O grupo G1 não apresentou temas durante esta discussão, apenas mostrou intenção de se trabalhar com situação-problema envolvendo progressões aritméticas, matrizes, probabilidade ou tratamento da informação, por outro lado o Grupo G2 manifestou interesses nos temas fases da lua; gripe; clima e a dengue. Estes temas foram retomados ao término do encontro para que cada grupo escolhesse apenas um tema e desenvolvesse uma atividade para o Módulo III.

Passou-se assim a última situação-problema que foi desenvolvida neste curso observando o segundo momento de familiarização com a Atividade de Modelagem Matemática proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), deste modo, os cursistas mantiveram a formação do grupo anterior (Quadro 8). Inicialmente o professor realizou uma explicação sobre o tema que seria proposto, o pluviômetro seguida da entrega do texto (Quadro 12) e a disponibilização de materiais, como garrafa pet, tesoura, cola quente, estiletes, tesouras, fita isolante e régua para a construção do Pluviômetro pelos cursistas.

Quadro 12 - Recorte do produto educacional com a descrição da situação-problema original referente a atividade do Pluviômetro

MEDINDO A QUANTIDADE DE CHUVA

A medição da quantidade de água que cai em uma região é dita pluviometria e é expressa em milímetros ou em litros por metro quadrado. O aparelho que mede a quantidade de chuva é o pluviômetro.

Considerando o interesse em entender o significado da medida em milímetros da quantidade de chuva anunciada em noticiários, de posse de um pluviômetro (medida em centímetros de altura) e a quantidade de chuva em milímetros anunciada, construímos uma escala para o pluviômetro.

Com essa relação, o problema consiste em determinar a quantidade de chuva, em milímetros, em uma região qualquer usando um pluviômetro experimental.

PLUVIÔMETRO EXPERIMENTAL

De modo geral, um pluviômetro experimental consiste em um recipiente cilíndrico ao qual está acoplado um receptor na forma de um funil, cuja boca é uma região circular de diâmetro relativamente maior do que aquele do cilindro. Ao cilindro armazenador é adicionada uma espécie de medidor, uma escala, que possui o objetivo de medir quantidade de água depositada no cilindro.

Pluviômetro experimental



O termo utilizado par se referir à quantidade de chuva durante um período aferida pela pluviometria é "pluviosidade" e a unidade de medida que indica a pluviosidade é o milímetro (mm). À pluviosidade de 1 mm corresponde a queda de 1 litro (L) de água em uma região de 1 m^2 .

Fonte: Disponível em: http://www.c2o.pro.br/proj/pluviometro >.

A pluviosidade de 1 mm corresponde ao volume de uma caixa de base quadrada com 1 m de lado e altura de 1 mm. Assim o volume V, da caixa é dado por:

> V_c = área da base x altura $V_c = 1 \text{m}^2 \times 1 \text{mm}$ $V_c = 1 \text{ m}^2 \text{ x } 0.001 \text{ m} = 0.001 \text{ m}^3$ $V_c = 1 \text{dm}^3 = 1 \text{ L}$

Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Deste modo, a inteiração com o tema começou com a confecção do pluviômetro pelos cursistas com auxílio do professor. Para isso, um tutorial de construção foi apresentado em slide. Assim, o grupo G1 iniciou o desenvolvimento da atividade, apresentando a situação-problema e levantando hipóteses e definindo as variáveis que seriam utilizadas (Figura 22). A investigação consiste determinar a quantidade de chuva (em mm) em uma região qualquer, utilizando o pluviômetro construido.

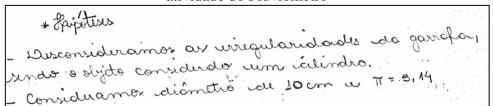
Figura 22 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G1 referente a

Aipoteres: · Pluvionetro - recipiente cilíndrico - captador em forma de funil, com o diâmetro tro maior do que o diâmetro do receptor; · escala - em mm, acoplada ao cilindro-Va = Volume do captador Variahers: Na = raio do captodor No : raio do receptor P= pluvondade (Quantidode de chura) le altura do cilindro receptor, em cm

Fonte: Registro escrito do grupo G1

O grupo G2, por sua vez, iniciou o desenvolvimento de sua atividade levandando a hipótese de considerar a garrafa como um cilindro ideal e realizando simplificações como estabelecer o diâmetro do cilindro com uma medida de 10 centímetro e $\pi = 3,14$.

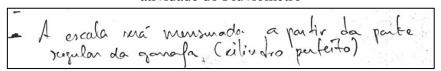
Figura 23 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G2 referente a atividade do Pluviômetro



Fonte: Registro escrito do grupo G2

As invesgitações do grupo G3 foram sobre o problema, qual a relação entre as alturas do pluviômetro experimental e da medida padrão de um metro quadrado. A resolução da situação incial começou com a formulação de hipótese (Figura 24)

Figura 24 - Levantamento de hipóteses e seleção de variávies do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro



Fonte: Registro escrito do grupo G3

Embora todas as investigações e hipóteses foram diferente, ambos os grupos conduziram à busca por uma escala que relaciona-se à altura do pluviômetro experimental com a razão entre o volume de cubo com um metro quadrado, ou seja, relacionar a pluviosidade do pluviometro experimental com a pluviosidade padrão.

Desta forma, os grupos começaram o processo de resolução em busca de um Modelo Matemático que solucionasse esta situação. O Grupo G1 utilizou-se dos conteúdos de geometria espacial, mais específicamente os conceitos de Área da Circunferência e do Volume do Cilindro, para calcular a pluviosidade do pluviometro experimental.

Figura 25 - Resolução do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro

Volume , entas , a fluvionidade e dada for: $P(v) = \frac{V_a}{Ab} = \frac{\pi \cdot \vec{r_a} \cdot \vec{r_b}}{\pi \cdot \vec{r_b}} = \frac{\vec{r_a}}{\vec{r_b}} \cdot \vec{k}$ $= \frac{(x_a)^2 \cdot \vec{k}}{r_b} \cdot \vec{k}$ Substituting Com as medicles do plurômetro que construinos, têmos que: $P(v) = \left(\frac{x_a}{r_b}\right)^2 \cdot \vec{k} = \frac{50}{4h5} \cdot \vec{k} = 1.1 \text{ mm} \cdot \vec{k}$ $= \sqrt{\frac{r_b}{r_b}} \cdot \vec{k} = \frac{50}{4h5} \cdot \vec{k} = 1.1 \text{ mm} \cdot \vec{k}$

Fonte: Registro escrito do grupo G3

Assim sendo, para se calcular a quantidade de chuva com relação a altura de um milímetro de chuva que acumularia em um recepiente de um metro quadrado, bastaria portanto utilizar a razão P(v) = 1,1,h onde P(v) é a pluviosidade e h corresponde a altura do pluviometro experimental. Assim, quando a chuva alcançasse 0,9 mm no pluviômetro experimental coresponderia a uma pluviosidade de 1mm.

Figura 26 - Solução e validação para a situação-problema do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro

4011	avionicuo
$Rv = 1.1 \text{ mm.h}$ $1 = 1.1 \text{ mm.h}$ $L = \frac{1}{11}$	Relacionando com a medida Podras.
h= 0,9 mm //	

Fonte: Registro escrito do grupo G3

A solução encontrada pelo grupo G2 apresenta o Modelo Matemático na forma $f(x) = \frac{x}{127.39}$ sendo x correspondente a altura do pluviômetro experimental e f(x) a altura de um milímetro de chuva que acumularia em um recepiente de um metro quadrado.

Figura 27 - Resolução do grupo G2 referente a atividade do Pluviômetro

```
Cruca da Dax = Tiño = 78,5 cm²

V=0,00785. 0,001 ml = 0,00000785 m³ = 7,85 cm³

V=7,85 cm² = 0,00785 l

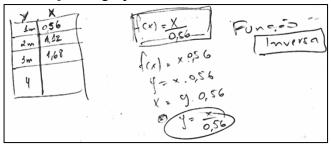
(1 dm³ = 1 m². 1 mm
(1 dm³ = 78,5 cm². 7c
1 dm² = 1 mm = 78,5 cm². 7c
1000.000 mm³ = 7850 mm². 7c
127,39 mm= 7c

mm = 7c
127,39
```

Fonte: Registro escrito do grupo G2

O grupo G3 também utilizou-se de funções para desenvolver a solução para a problemática apresentada, obtendo como solução o Modelo Matemático $y = \frac{x}{0.56}$, sendo y a altura do pluviometro experimental e x altura de um milímetro de chuva que acumularia em um recepiente de um metro quadrado.

Figura 28 - Resolução do grupo G3 referente a atividade do Pluviômetro



Fonte: Registro escrito do grupo G3

Embora, todos os grupos dedicaram-se a busca por uma solução à problemática específica relacionando a altura da água coletada no pluviômetro com a altura de 1 milímetro em um recepiente de 1 metro quadrado, os três modelos matemáticos foram validados e foram diferentes, isto tendo em vista que os pluviômetros construídos possuiam medidas diferentes. Ao término da socialização das soluções ao problema e da construção do pluviômetro, passamos para o estudo dirigido do texto "Como usar a Modelagem Matemática?".

As atividades de Modelagem Matemática foram guiadas sob a orientação do

segundo momento de familiarização proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012) por meio de duas atividades "tanque de óleo" e ao "método do carbono 14", de modo que o tema e a situação-problema foram direcionadas pelo professor pesquisador, e a investigação da situação foram desenvolvidas pelos cursistas e acompanhadas pelo professor, como indicado na literatura. O trabalho dos cursistas, bem como uma interpretação das fases da atividade de Modelagem Matemática percorridas pelos grupos podem ser vista na Figura 29.

No desenvolvimento dessa atividade, os cursistas utilizaram um tubo de papel higiênico para obter uma representação gráfica da situação-problema proposta, desta forma a atenção dos cursistas direcionaram para um Modelo Matemático de representação geométrica. Neste contexto, a interpretação do Modelo Matemático ganhou espaço nas discussões. Deste modo, o professor assumindo o papel de mediador, retomou as discussões sobre Modelo Matemática e suas diferentes formas de representações. Conforme exposto na literatura por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), evidenciando que um Modelo Matemático "é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema".

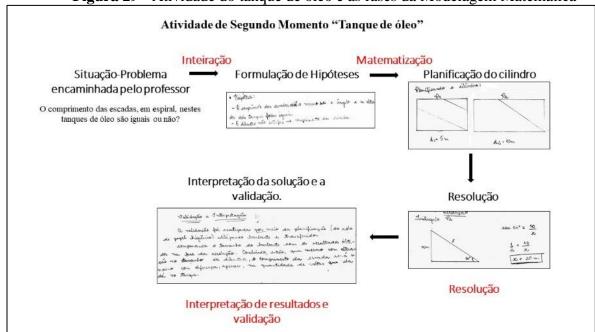


Figura 29 - Atividade do tanque de óleo e as fases da Modelagem Matemática

Fonte: dos autores (2019).

No que se refere a articulação dos conteúdos que foram mobilizados no desenvolvimento desta Atividade de Modelagem Matemática com os conteúdos do currículo da Educação Básica pode ser feita quando os cursistas empregaram o uso dos conceitos de Teorema de Pitágoras e as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

O último aporte teórico, auxiliou na reflexão dos cursistas sobre a Modelagem Matemática e a articulação com o currículo escolar, o papel do professor no desenvolvimento das atividades, a inteirações entre os alunos e destes com o professor e a retomada sobre a discussão do que é um problema nas atividades de Modealgem Matemática.

Após a leitura do texto pelos grupos de alunos, a discussão foi iniciada com relação a incorporação da Modelagem Matemática em sala de aula levando em consideração os aspectos do contexto educacional e o conteúdo matemático. De modo geral, é possível perceber na fala dos cursistas a preocupação em se trabalhar com Atividades de Modelagem Matemática voltada para a abordagem de conteúdos matemáticos, tendo em vista, que no contexto educacional deve-se levar em consideração o currículo escolar para se cumprir.

Após a leitura do texto pelos cursistas, a discussão foi iniciada com relação a incorporação da Modelagem Matemática em sala de aula, levando em consideração os aspectos do contexto educacional e o conteúdo matemático. De modo geral, é possível perceber na fala dos cursistas a preocupação em se trabalhar com Atividades de Modelagem Matemática voltada para a abordagem de conteúdos matemáticos, tendo em vista que no contexto educacional atual deve-se levar em consideração o currículo escolar a cumprir.

Os trechos do diálogo apresentados pelos cursistas C7 e C5, apresentam as reflexões sobre a preocupação em relacionar os conteúdos que compõe o curríclo escolar da Educação Básica com os possíveis conteúdos matemáticos que os alunos podem mobilizar quando estão inseridos em atividades de Modelagem Matemática. Neste contexto, a literatura apresenta três situações em que se podem inserir as atividades de Modelagem Matemática: nas aulas regulares de matemática, nos horários extraclasse e na combinação entre as aulas regulares e em horários e espaços extraclasse. (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 21)

Neste sentido, a inclusão da Modelagem Matemática nas aulas regulares de matemática pode servir como uma forma de auxiliar na introdução de conceitos matemáticos, isto é, quando os conteúdos necessários são introduzidos no decorrer das aulas regulares de matemática, mas o contrário também é válido, isto é, quando a problemática é o ponto de partida e desta forma os conteúdos necessários são inseridos conforme suas necessidades.

Frente as possibilidades de inserir a Modelagem Matemática nas aulas regulares, o fato é que, a preocupação com o currículo exige do professor a flexibilidade em se trabalhar com conteúdos que possam emergir de forma inesperadas e que pode ser que não esteja no currículo escolar daquele período.

C7: E quando fala a questão do currículo! Eu tinha comentado com relação à atividade que nós vamos propor, não tem como a gente formular uma situação que envolva uma atividade de Modelagem Matemática, não tem como falar assim: Ah! Eu quero uma atividade que vai me resultar em uma PG, é impossível! Ah não ser que tenha uma coisa pronta e você só vai reproduzir aquela atividade.

P: Então, como a atividade é do aluno, não tem como você prever o que ele vai pensar e como ele vai pensar para resolver, quais os conteúdos que ele vai utilizar. Porque isto ai é dele, e a atividade é dele. Agora isto não quer dizer que você não possa pegar uma situação e você prepará-la antes, ou seja, você vai olhar para ela e pensar isto daqui dá pra resolver por PG, isto não garante que seu aluno vai conseguir chegar nisto. Um exemplo que eu posso citar, é a atividade do carbono 14, vocês resolveram por PG, o outro grupo por função exponencial. Então não dá para prever o que virá de atividade do aluno, mas dá para usar situações em que se possa ensinar o conteúdo de PG para o aluno.

C5: É que assim, quando você está trabalhando com um conteúdo em sala de aula com os alunos, vamos supor que vamos trabalhar com PA ou PG, e você vai e traz uma atividade de Modelagem Matemática do primeiro momento para o aluno desenvolver. Logo institivamente, pelo fato do aluno já estar neste contexto tradicional de sempre trazer atividade que faz parte daquele conteúdo ele já vai pensar que aquela atividade de modelagem naquele primeiro momento é relacionado ao conteúdo de PG e PA que você já estava trabalhando antes com ele, então em um primeiro momento ele já vai olhar e pensar, mas como eu trabalho com PA e PG aqui? Ele não vai fazer aquela reflexão que atividade de Modelagem Matemática pode trabalhar de outras formas e tudo mais. Por isto que você pode ter vários encaminhamentos como orientador para o desenvolvimento da atividade e você pode planejar a atividade de primeiro momento, para que possa sim ser trabalhado com PA e PG neste primeiro momento de familiarização com atividade dos alunos, aí depois tem o segundo e o terceiro momento que daí muda, com outras situações.

Registros do diálogo D3.

O cursista C7, refletiu sobre a imprevisibilidade com relação aos conteúdos matemáticos que podem emergir de uma Atividade de Modelagem Matemática, de fato, não há uma certeza com relação aos conteúdos emergentes do desenvolvimentos por parte dos alunos, a reflexão apresentada, se deu com a necessidade de se relacionar a Atividade de Modelagem Matemática com conteúdos tratáveis do currículo escolar. O fato de se trabalhar com a Modelagem Matemática e não ser previsível a atividade que o alunos terá para desenvolver na obtenção da solução de uma problematica é retornada em outro momento deste diálogo, no entanto, a discussão volta-se para a flexibilidade que o professor deverá ter frente a situações inesperadas, à valorização dos conhecimentos prévios que os alunos apresentam e à postura do professor para o encaminhamento das atividades:

- C5: Então! Por isto que na Modelagem, o professor tem que ter esta flexibilidade toda esta preparação, e talvez seja por isso que alguns professores não gostam muito de trabalhar com Modelagem, porque Modelagem deixa-os bem desconfortáveis.
- C7: Porque pode aparecer os conteúdos que os professores não estão preparados para dar naquele momento.
- C3: Sim! Eles têm medo de algum conteúdo né, que eles não estão preparados.
- C7: Porque, por exemplo, a gente sabe que não é porque a gente estudou na licenciatura que a gente sabe tudo, tem muita coisa que a gente tem que revisar. Por exemplo, PA e PG como que é mesmo o termo geral? Como que é que chego no termo? Então as vezes você dá uma revisada para você trazer de volta, aquilo que você já estudou, e aí na hora as vezes o professor não dá conta.
- C4: Tem professores que não gostam de trabalhar com o inesperado, é só o que está programado, e talvez aí, possa dificultar.
- C7: É porque se é uma coisa que já está programa, ele estuda para tudo aquilo, e aí e ele leva tudo pronto e aí ele diz, não aqui eu já me sinto confortável se alguém perguntar alguma coisa eu sei responder.
- **C4:** Sim, e tem alguns professores que são bem cabeça quadrada assim, que só aceito esta resolução nem aceita outros tipos de resoluções, então fica impossível trabalhar com Modelagem Matemática. E tem professores que é assim, só aceitam do jeito dele.

Registros do diálogo D3.

Neste momento as dicussões voltaram-se para a atuação do professor nas atividades de Modelagem Matemática. De forma geral, todos concordaram que o professor deve ser um orientador dentro da sala de aula e que seu papel de orientador é de indicar caminhos que leve o aluno a reflexão de uma solução para o problema que lhe é proposto.

Deste modo, o professor do curso, assumindo o papel de mediador, retomou as características do professor como orientador apresentado por Almeida, Silva e Vertuan (2012) enfatizando que dentre os caminhos de se orientar, há possibilidades de se fazer questionamentos sobre a situação-problema, cujo objetivo deve ser o de instigar o aluno a buscar alternativas para solucionar a problematíca, porém, o professor enfatizou que esta características de questionador, não é a única característica do professor orientador, há outras características como indicar caminhos, sugerir procedimentos, etc...

C5: É, mas tem mesmo! Eu concordo! Na atividade de Modelagem Matemática sim! Eu penso que sim, porque na Atividade de Modelagem Matemática, veja, o professor o que ele faz quando o aluno está desenvolvendo uma Atividade de Modelagem Matemática? Tem um problema ali, o aluno está tentando solucionar aquele problema, então ele está pensando, está resolvendo, está discutindo com o grupo e em algum momento ele possa travar ali, então e o professor, o que ele tem que fazer neste momento? Quando o professor percebe que há esta coisa ali, quando ele não consegue partir mais daquele momento ali, eles pararam e não conseguiram fazer mais, o professor vai lá e começa a se inteirar de como ele

estão desenvolvendo e **consegue tentar direcionar**, mas não necessariamente direcionar a alguma coisa dele né, mas sim do ponto de vista das ideias do aluno.

C7: Ele vai fazendo indagações tentando levar o aluno a...

C5: Conseguir passar, conseguir superar, é...

C7: Como um jogo, fazer com que o aluno passe daquele ponto ali.

C5: É exatamente!

C7: Na verdade, o professor não pode dar a resposta, ele tem que encaminhar para que o aluno consiga chegar na solução.

Registros do diálogo D3

No entanto, este assunto foi retomado em um momento posterior, e os cursistas apresentaram uma confusão entre a postura do professor de orientador e o professor questionador. É possível perceber que a ideia que se tinha de professor orientador que indicava caminhos e possibilidades para conduzir o aluno a uma solução para uma problemática, voltaram-se ao fato do professor apenas questionar os alunos:

P: Então qual é o papel do professor?

C5: De orientador.

P: Sim, de orientador, mas o papel do professor como orientador como que deve ser?

C3: Ele deve orientar e não dar respostas prontas.

C5: Ele deve sugerir procedimentos.

C3: Fazer o aluno pensar de um jeito diferente, sem que se dê uma resposta;

C1: É através de questionamentos.

C5: É pode ser, mas tem que tomar muito cuidado com isto, lembra que a professora comentou comigo, porque as vezes o aluno travou e a gente continua fazendo perguntas para ele, ai é a hora que o aluno começa a perder o interesse pela atividade, porque tem um momento que ele não vai mais sair daquilo, e se você continuar perguntando ele vai desanimando, porque ele está travado e ele está me perguntando ainda, ai eu acho que é neste momento que ele fala, sugerir procedimentos aí o professor chega e fala.

C6: É ele já está em um caminho, aí ele travou e as vezes uma dica que o professor dá ele consegue continuar no mesmo caminho que ele está indo, não sei se é isto que vocês estão explicando.

P: O orientar, é a mesma coisa de dizer assim, eu só faço perguntas? Orientar e fazer só perguntas é a mesma coisa? O que é orientar? É você conduzir o aluno por algum caminho, sugerir ações que o aluno possa fazer, mas isto não é dar a resposta. A cultura escolar de hoje, o aluno não quer saber qual o caminho a seguir, ele quer a resposta do problema, não é? Então o papel do professor é de orientador, mas isto não quer dizer que ele só faça perguntas e que aceite tudo que o aluno fizer.

Registros do diálogo D3

Assim, foi preciso uma intervensão do professor para explicar que para

orientar o professor não se deve apenas fazer perguntas, mas indicar caminhos, procedimentos, direcionamentos para que o aluno consiga desenvolver a atividade como indicam os autores Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24):

Orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos, b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que "vale tudo"; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga o exemplo; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade de professor.

Em seguida, os cursistas debateram sobre a postura dos alunos frente à busca pela resposta pronta e acabada e não de uma solução para o problema. O cursista C3, por outro lado, apresenta possibilidades de superação desta postura do aluno, além de apresentar a potencialidade da Modelagem Matemática em promover maior interação entre os alunos e despertar o interesse deles na investigação por uma solução à problemática.

C7: Esta questão de simplesmente seguir o exemplo, normalmente quando o aluno pega algo para fazer, ele fala, deixa eu ver como que você fez? Deixa-me ver como que está feito um, porque se eu ver um eu consigo fazer o resto.

P: Mas isto é ruim?

C7: Ah em partes, porque se o aluno consegue ver como é que faz e ele consegue fazer outros, ele tem condições de avançar, mas a questão é esta potencialidade da atividade de Modelagem Matemática de levar o aluno a desenvolver o raciocínio, o pensamento.

C3: Nós temos que levar em consideração, que na atividade de Modelagem Matemática, não é porque ele viu como que outro aluno fez, que ele vai copiar a resposta. O que nós temos que tentar superar? Aquela situação em que o aluno quer a resposta pela resposta, ou seja, superar aquela postura do aluno que pergunta para o colega como que ele fez porque ela vai copiar o resultado, como se a atividade já fosse algo predefinido, pronta! Que não tem possibilidades de ser alterado. Veja, que esta interação entre os alunos não é algo ruim, o que é ruim é a prática da resposta pela resposta.

C4: O aluno interessado ele questiona o amigo, eu vejo em uma turma de terceiro ano, eles se reúnem ali, e eles falam: Nossa, mas porque que você fez tudo isto? Sendo que pode fazer assim... ou vice-versa, nossa! Eu acho muito difícil fazer direto, eu gosto de fazer passo a passo, então eles começam a discutir vão abrindo horizonte e vai compreendendo algumas partes que não estavam totalmente compreendidas e vai ampliando.

C5: Então, eles ressaltam que na Modelagem Matemática, as atividades devem ser resolvidas em grupo, **para valorizar esta inteiração entre os alunos**.

P: Sim, as atividades de Modelagem Matemática devem ser desenvolvidas em grupos para valorizar a inteiração entre os alunos, para valorizar conhecimentos prévios, explorar seus valores, isto tudo o aluno traz para desenvolver uma atividade.

Registros do diálogo D3.

Diante destes diálogos, os cursistas foram levados à reflexão, onde o fato dos alunos buscar por um modelo de solução para o problema em que estão investigando é diferente da busca por uma resposta à um exercício, cuja a resposta seja sem significado para aluno. A indicação para formação de grupos de alunos para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática podem levar os alunos à interação mútua entre os alunos dos grupos mas também entre os grupos e destes com o professor.

Neste sentido, a busca por soluções pelos alunos à outras formas de solucionar um problema, não é um fator isolado e sem sentido, mas sim uma oportunidade de investigação para o aluno que busca maneiras que possam favorecer o desenvolvimento da sua solução para o problema. Neste diálogo ocorreu também a discussão do que é um problema para os alunos em atividades de Modelagem Matemática, neste sentido, os cursistas apresentaram a ideia de um problema ser uma situação onde não se tem uma solução prévia, e que quando se tem uma solução prévia, a situação não é um problema mas sim uma resolução de exercícios.

C7: E o principal é que seja uma situação real né? Diferente da resolução de problemas.

C5: Na literatura, todos os autores que falam em Modelagem Matemática ele tem incomum que toda situação, toda a atividade de Modelagem Matemática ela inicia-se numa situação real e ela termina em uma situação final, isto todos os autores falam. O que diferencia um contexto de outro é os encaminhamentos. Até porque, quando o aluno já está familiarizado com atividade de Modelagem Matemática, no primeiro dia desse curso, o Aislan perguntou: "quem já fez esta atividade?", aí algumas pessoas já tiveram feito, ou seja, se você tivesse dado uma atividade que ele já teria desenvolvido em um outro momento, daí ele não estaria desenvolvendo uma atividade de Modelagem Matemática.

P: Por quê?

C5: Porque aquela situação lá, já não representa um problema para ele.

C4: Seria só uma resolução de exercício.

P: Exatamente!

Registros do diálogo D3.

No primeiro módulo, o professor explicou o motivo dos cursistas desenvolverem duas atividades diferentes, haja vista que dois cursistas, C1 e C4, já tinham desenvolvido as atividades em momentos anteriores ao curso de formação e, neste caso, a situação não mais representaria um problema a estes. Este momento foi retomado como exemplo pelo cursista C5 ao explicar o que seria um problema em atividades de Modealgem

Matemática.

Pouca discussão se teve com relação aos momentos de familiarização das atividades de Modelagem Matemática por parte dos cursistas. Logo, a fala que mais prevaleceu quanto a esta questão, foi a do pesquisador que aproveitou a oportunidade para explicar como seria o desenvolvimento do Módulo III, respeitando o terceiro momento de familiarização com atividade de Modelagem Matemática proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

P: Nosso curso foi dividido em três módulos. Isto foi proposital, os autores Almeida, Silva e Vertuan sugerem que o professor passe por um processo de "aprender sobre", "fazer Modelagem Matemática" e "Ensinar usando" a Modelagem Matemática. Pois bem, o que fizemos neste curso, aprendemos sobre Modelagem Matemática, resolvemos algumas propostas de Modelagem Matemática e no terceiro módulo vocês vão desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática e irão levar para seus alunos em sala de aula, ou seja, no terceiro módulo vocês terão maior independências nestas atividades, isto não quer dizer que vocês não terão meu auxílio. Mas vocês terão que escolher o tema, fazer as seleções de variáveis e tudo mais, vocês quem vão escolher. Então, este terceiro momento que vocês irão desenvolver uma atividade, na sala de vocês e para os seus alunos, serão uma atividade de familiarização que respeitará o primeiro momento de familiarização.

C5: Ah então, sempre respeitando né, que as atividades sejam inseridas gradativamente né?

P: Sim, está é uma orientação que os autores trazem, porque veja bem, se o professor tem que superar certas posturas para utilizar a Modelagem Matemática, seus alunos também devem superar as posturas das quais eles estão acostumados, são atividades investigativas e por tanto, a orientação que os autores trazem é que o aluno deve entrar em contato gradativamente, e por isto é sugerido momentos de familiarização com as atividades de Modelagem Matemática, assim como houve neste curso, onde a primeira atividade foi mais direcionada e vocês foram gradativamente ganhando mais independência nestas atividades.

Registros do diálogo D3.

Ao término da explicação sobre os momentos de familiarização, o cursista C6 questionou sobre uma situação envolvendo a regência de algumas professoras em formação no curso em que ela lecionava. A indagação foi referente a caracterização de uma atividade de Modelagem Matemática. Neste momento, o cursista C6 explicou a situação do desenvolvimento de uma tarefa questionando se esta tarefa tratava-se de uma atividade de Modelagem Matemática.

C6: Deixa-me te perguntar uma coisa, é que agora que eu liguei uma coisa com a outra. Lembra que eu te falei que cada aluna minha estava trabalhando com

uma metodologia né? O pessoal da Modelagem Matemática pesquisaram mas não conseguiram, ontem um grupo foi apresentar a história da matemática, foram utilizar a história da matemática com as crianças, a atividade final deles é que cada grupo tinha que fazer um sistema de numeração do zero ao nove, eles tinham que construir este sistema de numeração que eles tiveram que fazer diferente, então cada grupo construiu o seu e saíram algumas coisas bem interessantes mas, para os alunos do quarto ano, este fato de construir o sistema de numeração particular de cada um, não é uma atividade de Modelagem?

P: Então vamos lá, o que caracteriza uma atividade de Modelagem Matemática? Nós já discutimos que são os encaminhamentos e os procedimentos, não é? E toda atividade de Modelagem Matemática inicia-se em uma situação real e que tenha um problema para investigar, neste caso, eles estão com uma situação real?

C6: Eles tiveram contato com todos os sistemas de numeração, elas contaram uma história lá, aí depois separou em grupo e cada grupo teria que formular um sistema de numeração particular deles, não sei se é uma atividade.

P: Isto se mostrou um problema para eles investigarem?

C6: Não, eles só tinham que criar um sistema de numeração diferente.

Registros do diálogo D3.

De fato, as concepções e entendimentos de Modelagem Matemática de Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Biembengut (1999), Burak (1992) e de Almeida, Silva e Vertuan (2012) convergem no entendimento de que a Modelagem Matemática incia-se com uma situação da realidade e que são, em geral, atividades investigativas, e por este motivo são diferentes de uma resolução de exercícios.

A partir deste diálogo o foco de caracterização de atividades de Modelagem Matemática recaiu na solução de problemas reais por meio da Matemática. Neste caso, o que foi posto que a situação de se desenvolver um sistema de numeração de zero a dez não se caracterizava como um problema que necessitava de uma investigação por parte dos alunos, ou seja, como uma tarefa o proposto não se caracterizaria em uma atividade de Modelagem Matemática.

Desta forma, encerrou-se as discussões sobre o aporte teórico proposto para o estudo e assim inciou-se as instruções sobre como seria o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática pelos cursistas orientados pelo terceiro momento de familiarização.

Em sínteses, o objetivo deste módulo foi de provocar uma reflexão sobre a prática docente com a Modelagem Matemática e apresentar encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no contexto da Educação Básica.

As reflexões emergentes neste módulo sobre a prática docente com a Modelagem Matemática referem-se as atitudes do professor com relação à "Zona de Conforto" em uma aula onde é possível tornar tudo previsível, a preocupação dos docentes com relação a

aprendizagem dos alunos e com relação à insegurança dos professores com relação à atividades de Modelagem Matemática, e sobre as características do professor reflexivo.

Com relação à prática docente com a Modelagem Matemática, neste segundo módulo foram desenvolvidas duas Atividades das quais proporcionaram maior autonomia entre os cursistas com relação aos elementos que compõem a Modelagem Matemática, como a formulação de hipóteses, a seleção de variáveis, a obtenção de um Modelo Matemático, validação, entre outras.

Com relação ao último aporte teórico, as reflexões dos cursistas foram sobre a questão dos conteúdos matemáticos pertencentes ao currículo escolar e sua relação com a imprevisibilidade dos conteúdos emergentes de uma Atividade de Modelagem Matemática, sobre o papel do professor nas atividades de Modelagem Matemática, que deve-se mostrar como um orientador que direciona a atividade sugerindo caminhos, questionando quando necessário e indicando caminhos e sobre a valorização do aluno como protagonista no processo de aprendizagem.

4.3 DESCRIÇÃO ANALÍTICA DO MÓDULO III

O terceiro módulo de curso teve como objetivo proporcionar aos cursistas o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desde a escolha do tema aos procedimentos de validação e interpretação de resultados e de seu desenvolvimento na Educação Básica. As atividades desenvolvidas pelos cursistas se deram mais no campo prático, em geral, houve a pesquisa de temas de interesse dos cursitas, desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, seu desenvolvimento na Educação Básica e a comunicação dos resultados obtidos, culminando em uma reflexão da prática docente.

Os cursistas dividios em dois grupos G1 e G2 (Quadro 13), foram orientados a buscarem temas que sejam de seus interesses para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática sob a orientação do terceiro momento de familiarização com a Modelagem Matemática sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), com um intervalo de duas semanas para realizarem o desenvolvimento em sala de aula, os cursistas utilizaram duas aulas na Educação Básica que foram destinadas para o desenvolvimento das atividades.

Quadro 13 - Divisão em grupo dos cursistas referente a atividade do terceiro momento de familiarização

Grupo	Cursistas	Atividade de Modelagem Matemática
G1	C1, C4, C6 e C7	Emoções
G2	C2, C5 e C3	Dengue

Fonte: dos autores (2019).

As atividades foram desenvolvidas pelos cursistas em sua totalidade, portanto, desde a escolha do tema passando pelas fases da Modelagem Matemática até a interpretação de resultados e validação. Deste modo, cada grupo de cursistas elegeram um tema que foi desenvolvido a atividade de Modelagem Matemática.

O grupo G1 elegeu o tema "Emoções" pois já havia iniciado a inteiração desta atividade em uma roda de conversa com alunos do Ensino Fundamental nos anos iniciais, onde seria desenvolvida a atividade com os alunos. Durante a roda de conversa com os alunos os dados foram coletados e tabulados para o desenvolvimento da atividade. Na fase de inteiração, é que há o primeiro contato dos alunos com a Modelagem Matemática, em geral, nesta fase em que ocorre a coleta de dados quantitativos e qualitativos, assim como a formulação de um problema (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

Foram coletados os dados dos alunos que escreveram em uma folha quais são os sentimentos que os deixam felizes, e ao todo, oito emoções emergiram desta coleta de dados: estudar; brincar de pega-pega; pintar; abraçar; fazer continhas de matemática; fazer educação física; passear com as amigas e ter amigos. A problemática desta situação-problema está em relacionar de forma organizada a quantidade (numeral de alunos correspondente a cada resposta obtida) com as emoções que emergiram da coleta de dados durante a roda de conversa, em resposta do questionamento direcionado aos alunos "o que te deixa feliz é?", o objetivo do grupo era que houvesse representações gráficas, conforme sugerido no Quadro 14, o qual contempla informações da atividade de Modelagem Matemática. Desta forma, o grupo esperava que ao desenvolver a atividade, os alunos conseguissem:

Questão 6: O que se espera de uma Atividade de Modelagem Matemática com este tema?

Relacionar quantidades (o numeral correspondente a cada resposta); organizar as informações representando por meio de desenhos ou tentativa de elaboração de um gráfico, com apoio do material dourado⁹.

Registros do grupo G1Q3

⁹ Material dourado refere-se a cubos, barras e placas feitos de materiais para manipulação com intuito de representar as unidades, dezenas, centena ou milhar.

Quadro 14 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Emoções"

Atividade de Modelagem Matemática "emoções"

De acordo com nossa roda de conversa, os sentimentos que nos deixam felizes são: Estudar; brincar de pega-pega; pintar; abraçar; fazer continhas de matemática; fazer educação física; passear com as amigas e ter amigos. Deste modo, podemos organizar as respostas dos nossos amigos em uma tabela:



O que nos deixa felizes:	Quantidade de amigos:
Estudar	
Brincar de pega-pega	
Pintar:	
Abraçar:	
Fazer continhas de matemática	
Fazer educação física	
Passear com as amigas	
Ter amigos	

Com base no quadro acima, de que forma podemos representar as respostas de nossos amiguinhos?

Fonte: registro do grupo G1

A interpretação dos resultados e a validação, foi feita por meio de questionamentos e orientações dos professores com intuito de estimular o aluno a argumentar matematicamente sobre os resultados obtidos.

Já o Grupo G2 justificou a escolha do tema "Dengue" devido ao fato de ser um assunto de utilidade pública, de interesse coletivo e, em particular, doença considerada como epidêmica na cidade onde foram coletados os dados.

Questão 3: Justifique a escolha por este tema.

Justifica-se pela necessidade de investigar uma demanda de saúde pública e interesse coletivo, uma vez que a epidemia de dengue tem aumentado na região do Norte do Paraná, sobretudo na região de Londrina, conforme dados da Secretaria de Saúde do Estado do Paraná.

Registros do grupo G1Q3.

Para o grupo G2, a inteiração dos alunos com a proposta foram utilizados textos e noticiários com assuntos sobre o tema escolhido pelo grupo G2.

Questão 8: Qual(is) a(s) forma(s) de inteiração com o tema?

Primeiramente traremos textos, notícias como algo introdutório em relação a dengue para que os alunos façam leituras e faça uma pequena inteiração com o tema e só assim será apresentado a atividade.

Registros do grupo G2Q3.

Além da pesquisa inicial, o grupo preparou um texto com informações sobre o inseto Aedes Aegypti, transmissor do vírus da dengue. Para uso em sala de aula, os cursistas do grupo G2 propuseram uma investigação referente a uma estimativa de casos de infecção pelo vírus para o próximo mês:

Questão 10: Qual será a problemática?

"Qual a estimativa de casos de dengue para o mês de Junho de 2019 no município de Londrina?

Registros do grupo G2Q3.

Como o interesse corresponde a uma investigação sobre a estimativa dos casos confirmados, então o grupo G2 selecionou o número de casos confirmados da doença na região de Londrina no Estado do Paraná (Quadro 15).

Quadro 15 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Dengue"

	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
Casos	3	8	13	18	37	150	701	1151	1378

Fonte: http://www.dengue.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=28

Como há um número significativo de casos confirmados entre os meses de janeiro a maio, o grupo G2 selecionou os dados deste ano e apresentou uma possível solução para esta atividade ajustando os dados a uma função quadrática e culminou em um Modelo Matemático $f(x) = -81x^2 + 818,4x - 593,5$. Sendo f(x) o número de casos confirmados e x o mês de referência dos dados. Desta forma, o grupo G2 pode fazer uma previsão para o mês de Junho do ano em questão, com aproximadamente 1374 casos da doença confirmados.

O Quadro 16, sintetiza as informações disponibilizadas para a investigação do problema proposto pelo grupo G2.

Quadro 16 - Proposta de atividade de Modelagem Matemática "Dengue"

Epidemia da Dengue em Londrina

A dengue é uma doença transmitida pela picada do mosquito Aedes Aegypti contaminado pelo vírus da dengue. O Aedes Aegypti é considerado um mosquito de hábitos urbanos por viver próximo dos seres humanos. Cerca de 80% dos focos do inseto são encontrados dentro de casa, especialmente em quintais. Deste modo, é de extrema importância que a população fique alerta com todo lugar ou objeto que acumule água parada para que não vire um foco de larvas do mosquito. O Aedes Aegypti mede menos de 1 centímetro, é preto e

tem listras e pontos brancos no corpo e nas pernas. Pode atacar durante todo o dia, mas prefere os períodos da manhã para picar, pois não gosta de sol forte (AGUIAR, 2013).

Desse modo, segundo a Secretaria de Saúde do Estado do Paraná no município de Londrina durante os meses de setembro de 2018 a maio de 2019, a incidência da doença aumentou consideravelmente sendo que, no mês de setembro foram diagnosticados 3 casos da doença e nos meses seguintes os casos diagnosticados foram de 8, 13, 18, 37, 150, 701, 1151 e por fim, no mês de maio 1378 casos de dengue.

Problema: Qual a estimativa de casos de dengue para o mês de junho de 2019 no município de Londrina?

Fonte: Registro do grupo G2

O último encontro do curso de formação teve início com um breve momento de descontração e diálogo sobre o curso de formação e os encontros que os cursistas participaram. Este momento foi importante para descontrair e quebrar o clima de tensão sobre as apresentações dos resultados do desenvolvimento das atividades propostas.

A primeira apresentação iniciou-se com o grupo G2, que desenvolveu a atividade de Modelagem Matemática com alunos do Ensino Médio. A atividade foi desenvolvida por 22 alunos dos quais foram separados em 6 grupos: 4 grupos com 4 alunos e 2 grupos com 3 alunos. Inicialmente, durante o momento da socialização dos resultados do desenvolvimento da atividade desenvolvida pelos alunos, o grupo G2 apresentou a justificativa pela escolha do tema Dengue, mais específicamente, devido ao aumento significativo de casos confirmados de indivíduos infectados com o vírus da Dengue na cidade de Londrina.

C5: Está bem, é para falar como que a gente planejou isto né? Ok, então esta daqui é nossa atividade, nós pensamos no tema "Dengue", nós trouxemos o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com o tema "Dengue", justifica-se pela necessidade de investigar uma demanda de saúde pública de interesse coletivo, uma vez que, a epidemia de dengue tenha aumentado no Estado do Paraná, sobretudo na região norte conforme dados da Secretaria de Saúde do Paraná, ou seja, nós começamos a discutir sobre este tema e observamos que a região de Londrina estava tendo um aumento muito grande de casos de dengue e por quê? Nós, começamos a olhar vários dados, várias notícias nos últimos meses.

C2: Em sites de revistas, nós percebemos que há vários dados que poderiam ser trabalhados com os alunos, por ser um tema muito atual né.

C3: sim e é uma epidemia né, ele foi crescendo o número de casos.

Registros do diálogo D4.

Como objetivo em sala de aula, o grupo G2 sinalizou:

C5: [...] o objetivo desta atividade para trabalhar com os alunos nós colocamos que é para sensibilizar os alunos para a importância de questões ambientais e sociais como o caso da dengue que se tornou uma epidemia na região de Londrina além de aliar questões de matemática para ensinar um possível aumento de casos de dengue.

C2: Estimar.

C5: É isto, estimar o aumento de casos de dengue.

Registros do diálogo D4

Os dados sobre os casos confirmados de dengue foi retirado do *site* da Secretaria da Saúde, obtendo informações sobre os focos de epidemia da dengue no Estado do Paraná e fomentaram o desenvolvimento da busca por um Modelo Matemático e foram disponibilizados aos alunos da Educação Básica:

C5: [...] nós trouxemos os casos que foram crescendo na região de Londrina. Por exemplo, nós colocamos aqui que nos meses de setembro de 2018, teve três casos de doenças, no mês de setembro, no mês de outubro teve oito, no mês de novembro treze, dezembro dezoito, depois janeiro trinta e sete, e daí foi aumentando, olha aí depois foi para cento e cinquenta, setecentos e um, um mil cento e cinquenta e um e depois um mil trezentos e setenta e oito casos no mês de maio, então teve um aumento muito grande, bem auto. Então nossa proposta é, qual a estimativa de casos de dengue para o mês de junho de dois mil e dezenove no município de Londrina.

[...]

C2: Foi olhando estes boletins que nós conseguimos tirar aquelas informações e coletar os dados para a informação que está na atividade.

[...]

C2: Aí como nós focamos em Londrina né.

Registros do diálogo D4

O grupo G2, apresentou bastante informações sobre os focos de epidemia da dengue entre as cidades do Estado do Paraná e, mais específicamente, na cidade de Londrina que é o foco da investigação da atividade desenvolvida com os alunos:

P: Esta informação aí que vocês apresentaram, foram os alunos que pesquisaram?

C5: Não, isto aí foi nós quem pesquisamos.

P: Aí vocês apresentaram estas informações para os alunos? Como que foi?

C5: Nós apresentamos as informações mais sintetizadas, a gente está trazendo todas estas informações, porque foi nós quem elaboramos as atividades, mas para os alunos nós levamos de forma mais sintetizadas mesmo, foram aquelas atividades que nós trouxemos lá atrás, com aqueles problemas.

P: Ah então todas estas pesquisas que vocês apresentaram agora vocês levaram para os alunos ou não?

C2: Não, nós só desenvolvemos a proposta de atividades para eles.

C5: A folha impressa nós levamos para eles, para eles se inteirarem do assunto, mas quando foi para eles desenvolverem e tudo mais quando geraram as discussões, aí eu precisava de todas estas informações para poder ir fomentando. Por isto que a gente está trazendo tudo isto. Então aqui teve o desenvolvimento na sala desta atividade, foi no segundo "b" que é o público alvo, só tirei estas três fotos, não tirei mais, e eles são bem vergonhosos para isto. Então o primeiro grupo, eles fizeram desta forma aqui, olha!

Registros do diálogo D4

Deste modo, a pesquisa que o grupo G2 elaborou serviu como subsídio para fomentar possíveis discussões entre os alunos, no entanto, nem todas as informações foram repassadas aos mesmos, e a dicussão ficou na situação-problema e nas possíveis soluções que os alunos apresentaram. O trecho do diádolo D4 acima evidencia que o texto apresentado aos alunos foi feito a partir das informações sintentizadas.

Ao propor o desenvolvimento das atividades em sala de aula na Educação Básica, buscamos proporcionar a formação sugerida por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24) onde "é fundamental que seja estruturada uma formação docente em Modelagem Matemática a partir da tríade 'aprender sobre', 'aprender por meio' e 'ensinar usando' a Modelagem Matemática".

As orientações do primeiro momento de familiarização com atividades de Modelagem Matemática sugerem que o professor deve colocar os alunos em contato com uma situação-problema juntamente com todos os dados necessários para sua solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e os alunos sejam conduzidos pelo professor à ações como a investigação do problema, dedução, análise e utilização do Modelo Matemático. Deste modo, pode-se constatar que o grupo G2, seguiu as orientações propostas para este primeiro momento de familiarização com Atividades de Modelagem Matemática.

Quanto a apresentação da situação-problema, o grupo G2 utilizou-se de um diálogo entre o professor e os alunos, falando sobre a epidemia de dengue na cidade de Londrina no Estado do Paraná. Após este primeiro contato com o tema foi distribuido uma folha com os dados coletados e as informações pesquisadas e sintetizadas sobre a dengue. Os alunos foram dividos em seis grupos para o desenvolvimento da atividade sobre a estimativa para os casos de dengue no mês de junho de 2019 na cidade de Londrina, com base nos casos já registrados na coleta de dados apresentada.

O primeiro grupo dos alunos inicou a investigação da situação-problema e

utilizou uma média aritimética entre os números de casos de infecção do vírus da dengue que foi apresentado na folha para os alunos, os quais obtiveram a estimativa de 1.762 casos para o mês de junho de 2019.

C2: Agora vamos partir para as resoluções.

C3: É e nós tivemos vários tipos de resoluções né? Diferentes, bem diferentes um do outro.

P: Então eles tinham que investigar...

C2: Prever qual que seria a quantidade de casos para o mês seguinte.

P: Ah sim, entendi, é uma previsão.

C2: *Isto!*

C5: Então o grupo um eles pegaram os dados que já tinham lá, que já tinham na atividade né, ou seja, os casos de dengue que teve desde o início de setembro até o mês de maio e montaram uma tabelinha ali, tabelinha não, um gráfico e observaram o gráfico né, então eles colocaram lá que... Qual que foi a resolução? Eu não lembro o que eles fizeram.

C2: somaram e fizeram tipo uma média.

C5: Eles somaram os casos então, desde o mês de setembro até o mês de maio, e dividam pelo número de meses.

C2: Eles dividiram por nove e chegaram naqueles resultados, duzentos e oitenta e quatro né. Aí o que eles fizeram? Pegaram o último caso e somaram com a média.

Registros do diálogo D4.

O segundo grupo de alunos, elaborou uma investigação utilizando um ajuste por uma função exponencial, utilizando todos os registros de casos apresentado, o que possibilitou uma estimativa de 5.064 casos de dengue para o mês de junho de 2019. Embora seja possível que toda a maninupalação matemática para ajustar os dados a uma função exponencial tenha sido efetuada de forma correta, o comportamento dos dados apresentados não se ajustam a uma função exponencial, mas pela previsão apresentada pelo grupo G2, os dados se ajustam a funação polinomial do segundo grau. Por este motivo, a estimativa deste grupo de alunos levou a uma discussão generalizada entre todos os alunos da sala.

C5: Aí eles somaram e chegaram a resposta de mil setecentos e setenta e dois casos, eles fizeram desta forma, acharam lá uma lógica aí, e fizeram desta forma e eles pensaram que talvez possa ter este crescimento para o mês de junho. Já o grupo dois fizeram por função exponencial. Eles que vieram dar a ideia né, "Oh! Professor, mas nós estamos pensando assim... "Está tendo o crescimento deste jeito", eles foram falando daqueles jeito deles, então eu falei "Olha pessoal, está tendo este crescimento então, veja bem", aí eu fui lá peguei meu celular mostrei uma função exponencial para eles, né, mostrei o gráfico, nem falei que era uma função exponencial, ai eu falei "Será que está parecido com o gráfico de vocês?"

aí eles falaram "sim!" aí eu falei "então, vocês querem tentar fazer desta forma, porque existe uma função deste tipo aqui?" daí eles falaram que "sim" e tudo mais, daí eu fui lá e apresentei para eles funções exponenciais então eu falei para eles, a função exponencial tem este tipo de comportamento.
[...]

C5: Então eu tenho esta lei de formação e vocês podem fazer um ajuste disto aqui, apresentei só isto, então eles que foram atrás de fazer os ajustes começar a pesquisar e tudo mais e pediram para eu ajudar eles em algumas coisas e por fim eles conseguiram fazer este ajuste e chegaram $f(x) = e^{x0,833}$ aí colocaram para o décimo mês, porque eles consideraram setembro como o mês um, outubro mês dois, novembro mês três e assim por diante, então maio era o nono mês então junho seria o décimo mês, então eles chegaram a este valor aqui de cinco mil e sessenta e quatro.

Registros do diálogo D4.

O professor cursista acompanhou a investigação do grupo de alunos da Educação Básica que pediu auxílio quando observou o comportamento dos dados. Neste sentido, foi apresentado a lei de formação de uma função exponencial para que os alunos fizem o ajuste. Além disso, o professor cursista que se encontrava na condição de orientador, justificou que sua ação foi de deixar os alunos livres para fazerem a investigação, mesmo sabendo que o melhor ajuste não seria pela função exponencial, este fato logo foi percebido por todos os alunos da sala na socialização dos resultados, conforme pode-se observar no trexo do diálogo D4:

C5: Deste modo, quando eles estavam na discussão, não eles estavam apresentando os dados dele e o jeito que eles fizeram eles comentaram, então a gente chegou no valor de cinco mil e sessenta e quatro, aí todo mundo já falou "Nossa Senhora! Que exagero né".

C2: A classe inteira.

C5: Então, porque no mês de maio estava dando mil trezentos e pouco, e por que no décimo mês deu cinco mil e sessenta e quatro? Aí eu perguntei, mas que dados vocês utilizaram para fazer o ajuste? Daí eles falaram, "não, a gente pegou do mês três", então, talvez por conta disto que a função deu, ela teve este ajuste né, se talvez vocês tivessem pego outros dados para fazer o ajuste talvez o erro seria menor né, então a gente começou a entrar nesta discussão com eles e a turma toda começou a entender o que aconteceu e porque chegou neste resultado final, então foi desta forma e por causa deste resultado, nós conseguimos discutir sobre este tipo de função.

No entanto, o grupo de alunos ao observar o comportamento dos dados e relacionar com o comportamento de uma função polinomial não conseguiram dar continuidade nas investigações e acabaram por desistir desta possibilidade, o que seria um ajuste mais

adquado com base no exposto na proposta desta atividade. No desenvolvimento desta atividades, o cursista C5, que é o docente responsável pela sala, se tornou orientador quando indicou procedimentos necessários para resolução da situação proposta pelo grupo de alunos, ao apresentar a lei de formação de uma função polinomial do segundo grau.

Porém, o professor da sala argumentou que por se tratar de uma investigação a opção por deixar os alunos mais livre acabou por comprometer a investigação utilizando a função polinomial e eles optaram por resolver a atividade utilizando-se da média aritmética. Outro grupo de alunos, apresentou um erro conceitual ao tentar solucionar o problema proposto utilizando a média aritmética, o equívoco conceitual não foi corrigido pelo professor da sala por motivos da discussão dos alunos.

Vale lembrar o papel do professor nos desenvolvimentos das atividades de Modelagem Matemática devem ser como a de orientador, no sentido de indicar caminhos e soluções, questionar e levar o aluno a refletir sobre possibilidades de encaminhamentos para encontrar a solução ao problema proposto, o professor não deve aceitar o que não está bom, deve propor soluções e indicar caminhos a serem percorridos (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012).

O desenvolvimento matemático do terceiro grupo de alunos, começou com uma investigação analisando o ajuste por uma função polinomial do segundo grau, a lei de formação foi apresentada pelo professor que utilizou o mesmo critério do grupo anterior, ou seja, deixou a investigação livre. No entanto, este grupo acabou por desistir do ajuste pela função polinomial do segundo grau e apresentou uma solução similar ao desenvolvimento do primeiro grupo, utilizando-se de uma média aritimética dos casos. Contudo, este grupo de alunos apresentou um equívoco ao dividir a soma pelo número de meses apresentados na coleta de dados, ou seja, ao invés do grupo dividir a soma entre os casos confirmado de dengue por nove meses, o grupo de alunos dividiu por dez meses, justificando que este décimo mês seria o mês correspondente ao valor que eles deveriam estimar os casos de dengue, chegando a estimativa de dois mil e oitenta e três casos, o que não é uma estimativa tão elevada quanto a do grupo anterior.

C5: Já o grupo três, eles fizeram de outro jeito, a princípio o grupo três quis fazer por uma função polinomial, eles falaram que o comportamento dos dados estava parecendo um pedaço de uma parábola. Aí eu falei: "olha lá na lei de formação de uma função do segundo grau". Aí, lá em cima apresentei $f(x) = \alpha x^2 + bx + c$ foi eu quem escrevi na folha. Aí eu falei "olha esta é a lei de formação" [...]

C5: Aí eu apresentei e falei dá uma "pesquisada" sobre isto, e como que faz o ajuste, mas, porém, eles abandonaram esta ideia e fizeram diferente, deixa-me ver como que eles fizeram, acho que eles somaram todos os valores também.
[...]

C5: Eles somaram tudo e subtraíram o último mês e chegou naquele caso ali, não é igual a dois mil e oitenta e três casos e **pela lógica deles estavam corretos**, esta foi a lógica que eles fizeram.

P: Houve no momento da socialização depois?

C5: Teve.

P: E eles explicaram o porquê da resolução desta forma?

C5: Eles apresentaram o porquê eles fizeram isto, que eles somaram, depois subtraíram e que resultaria neste tanto aí mesmo, porque pelo crescimento poderia ter dado dois mil e pouco, esta foi a resolução que eles fizeram pela lógica deles, mas para mim...

P: Mas eles não conseguiram justificar o porquê, apenas como que eles fizeram?

C5: Não! Só falaram que somaram tudo, e subtraíram do último mês.

Registros do diálogo D4.

O terceito grupo de alunos, apresentou a proposta de solução para a situaçãoproblema, utilizando-se da média aritimética também, no entanto, ao encontrar o valor médio
dos casos, eles subtraíram a média do último mês. Por se tratar de uma solução diferente dos
outros casos, houve um questionamento por parte do professor do curso sobre possíveis
questionamento entre os alunos na hora da socialização das soluções, os cursistas apresentaram
que não houve tais questionamentos por se tratar de ser uma das primeiras apresentações e os
alunos não estarem habutados a este tipo de inteiração entre eles.

Este grupo de alunos ainda apresentou exemplos de sugestões de como previnir o desenvolvimento do mosquito da dengue e, consequentemente, reduzir o número de casos de infecção pelo mosquito transmissor, pois um dos objetivos desta atividade seria uma conscientização dos cuidados que todos os cidadãos devem ter para previnir a proliferação do mosquito transmissor.

O quarto grupo de alunos, investigou a situação-problema e utilizarou a média aritmética dos dados apresentados, no entanto, este grupo apresentou uma confusão na operacionalização do cálculo da média aritmética, somando todos os dados apresentados e ao dividir pelo número de meses que foram coletados os dados, foi somado um mês ao número de meses dos dados coletado, a justificativa é que este mês que foi somado a mais refere-se ao mês da estimativa, de forma similar ao terceiro grupo.

C5: O grupo quatro eles somaram tudo também todos os casos que deu três mil quatrocentos e cinquenta e nova e dividiram por dez.

P: Eles fizeram uma média também né?

C3: Sim!

C5: É, mas daí eles somaram o mês de junho.

C3: Eles somaram todos os meses até o da previsão.

C2: É como você havia falado, aqui tinha que ser divido por nove, no caso, e não por dez.

C5: Quando eles apresentaram isto, esta resolução um menino ainda perguntou a eles, porque você dividiu por dez e não por nove, porque como que você somou o outro mês se você não tinha o dado do outro mês para você tirar a média

C2: Coitado!

C5: É eles questionaram, daí a outra menina que estava no outro grupo até começou a querer brigar com o moleque porque eles começaram a perguntar. Ele perguntou!

C2: Eles estavam se socializando... (risos)

C3: Talvez seja por isto que o outro grupo não tenha explicado o porquê que somou tudo e diminuiu o último mês.

Registros do diálogo D4.

Neste caso, houve um questionamento por parte dos alunos que não concordaram com a solução apresentada por este grupo, no entanto, o professor optou por controlar os questionamentos para acalmar os ânimos dos alunos que ficaram exaltados e sistematizou o resulado obtido pelo grupo de alunos com a estimativa de dois mil duzentos e trinta e oito casos para o mês de julho de 2019.

P: Mas eles explicaram o porquê?

C5: Eles disseram que sim, mas a gente somou o mês de junho, porque é o mês de junho que nós estamos querendo saber, esta é a lógica que eles estavam tentando explicar.

P: Então, ele não somou o mês que ele quer descobrir, ele dividiu pelos meses.

C2: Não, eles não somaram os meses, eles dividiram pela quantidade de meses incluindo o mês que eles queriam descobrir.

P: Então eles não usaram uma média.

C5: Não eles não usaram uma média, eles falaram assim, olha não são dez meses? A gente tem nove meses de casos, então o mês que eu quero saber é o junho então soma o de junho também que vai dar dez então eu somo todos os casos e divido pelo dez que eu vou achar o de junho esta foi a explicação que o menino deu, ai eles começaram a brigar, aí sim, nesta apresentação que teve esta discussão que aí eles começaram até a se estressar né. Passaram um pouco dos limites.

Registros do diálogo D4.

O grupo de alunos da Educação Básica, mobilizaram os conhecimentos de média aritmética de forma equivocada e não apresentaram uma explicação sobre quais os

motivos que justificariam a escolha deste conteúdo e sobre o algoritmo de resolução.

O quinto grupo de alunos, iniciou as investigações dividindo os meses apresentado em busca de uma taxa de variação entre os casos de dengue registrado. Ao témino o grupo utilizou uma média aritimética das taxas e multiplicou a taxa encontrada pelo último mês registrado.

C5: Já o grupo cinco, eles fizeram assim: eles fizeram a divisão sempre dos casos do mês seguinte em relação ao mês anterior, ou seja, no mês de setembro havia três casos, no mês de outubro tinha oito então eles dividiram oito por três e acharam um valor, uma taxa. De novembro para outubro eles dividiram e acharam outra taxa e foram achando taxas ali, ai eles somaram todas estas taxas ai e dividiram por oito, que era todas as taxas que eles tinham que deu dois virgula trinta e cinco e eles pegaram estes dois virgula trinta e cinco e multiplicaram pelo último mês e encontraram três mil duzentos e trinta e oito casos é assim que eles fizeram.

P: Mas eles também não explicaram o porquê que eles somaram todas as taxas? C5: Ah eles quiseram achar uma média das taxas de crescimento.

Registros do diálogo D4

Por fim, fez o sexto grupo de alunos uma investigação semelhante.

C5:E o grupo seis eles fizeram igual, e eu achei até engraçados que um estava aqui e o outro lá, e eu não sei se um saiu daqui e foi para lá, não sei.

C2: Se um grupo interagiu com o outro... (risos).

C5: Porque quando o grupo anterior apresentou, eu já sabia que eles haviam feito iguais, porque eu sempre passava de grupo em grupo, mas o primeiro grupo começou a fazer daquela forma das médias e este grupo aqui eles queriam fazer diferentes, eles queriam fazer, eles começaram a fazer estas taxas também mas eles fizeram a média das últimas três taxas, porque eles não queriam utilizar todas as taxas, algo assim, só que daí eles pensaram, não vamos fazer de todas as taxas era mais ou menos isto. Aí quando o grupo cinco apresentou, estava apresentando aí, eles começaram a se perder lá na frente o grupo cinco eles estavam se "embananano" nas explicações. Então uma pessoa do grupo seis daí falou assim, "Ah! Professor, vamos apresentar todo mundo junto porque está parecido as resoluções." E neste momento eu falei, então vai lá, aí os dois grupos começaram a apresentar porque eles tiveram a mesma forma de resolução não necessariamente o mesmo jeito só que daí eles começaram a fazer a discussão lá na frente, os dois grupos começaram a montar as coisas, um grupo aqui começou a falar e o outro aqui do outro lado e aí eles começaram a conversar aqui na frente os dois grupos né, mas não teve aquela briga como a do grupo quatro não, e o pessoal aqui também querendo entrar na discussão e eu tentando mediar tudo isto para não sair fora de ordem, mas foi bem legal.

Registros do diálogo D4.

Desta forma, o grupo G2 concluiu a apresentação das soluções dos alunos. Neste momento, o professor do curso questionou sobre a solução mais aceita, mesmo se tratando de uma estimativa as investigações dos alunos deveriam se aproximar da estimativa que o grupo G2 havia feito previamente, utilizando uma função polinomial do segundo grau para obtê-la.

P: Ok, mas me responde, qual é a previsão de vocês para o próximo mês? Por que cada grupo chegou a uma previsão diferente né?

C2: Ah o grupo que se aproximou mais foi aquele grupo de mil, setecentos e alguma coisa né? Pelo modelo que nós montamos, assim com a previsão que nós fizemos era de mil quatrocentos e alguma coisa.

C5: É que para a gente, o que a gente encontrou foi...

C2: A nossa previsão foi de mil quatrocentos e setenta e quatro casos.

C5: Esta daqui é nossa solução então.

P: E vocês esperavam que eles resolvessem esta situação utilizando funções?

C3: Sim!

P: E somente um grupo que resolveu usando funções?

C2: Sim, somente um.

P: E não chegou neste valor? C5: Não, deu cinco mil e pouco.

Registros do diálogo D4.

Todos os grupos de alunos, investigaram a situação-problema e apresentaram estimativas diferentes. O Grupo G2, não concluiu o desenvolvimento desta atividade denominada "Dengue", e sinalizou que iria mostrar uma estimativa na qual seria a solução mais aceita socialmente, ou seja, após as discussões promovidas e as estimativas dos alunos da Educação Básica expostas, o grupo G2 irá encerras as atividades com uma sistematização dos conteúdos expostos.

Ao ser questionado pelo professor do curso, o cursista C5 argumentou que por se tratar de uma atividade de Modelagem Matemática, poderia obter várias respostas e várias soluções para o mesmo problema, e o importante foram as discussões que surgiram dos grupos de alunos sobre as soluções apresentadas.

P: E depois que todos os grupos apresentaram e fizeram todas estas discussões no quadro não houve uma discussão de qual resultado se aproximou mais do esperado, ou por que não poderiam ter utilizando uma média? Ou por que o melhor ajuste era por funções?

C5: Ah eu comentei aqui com o cursista C2, que por exemplo, pela Modelagem Matemática, ser uma atividade aberta de várias formas de resolução para solucionar um problema a gente colocou então que realmente poderia ter feito

destas várias formas que eles fizeram e o importante seria realmente promover as discussões e os modos de como eles resolveram as atividades, utilizando os diferentes tipos de matemáticas, ou dos conteúdos matemáticos para tentar solucionar o problema, ou seja, é a discussão da média que você perguntou?

Registros do diálogo D4.

No entanto, vale ressaltar que o professor deve exercer o papel de orientador nas atividades de Modelagem Matemática e, portanto, "orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos, [...], orientar é não sinalizar que "vale-tudo" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 24).

Neste momento, o professor do curso questionou sobre o momento de sistematização do conteúdo, sobre as possibilidades de discussões para que seja feita uma estimativa com base na ferramenta matemática mais adequada para ajustar a situação-problema, para que a resposta seja a mais aceita socialmente.

P: É porque não poderia ser pela média, pelo que eu vejo na sua proposta estava assim, a expectativa seria de que a resolução fosse por função polinomial, porque o comportamento dos dados se ajusta a uma função polinomial, pela proposta que vocês apresentaram antes, e só teve um grupo que tentou resolver utilizando de função exponencial. Pelo que eu percebi da apresentação, parece que a maioria dos grupos tinham uma ideia forte de achar uma solução utilizando uma média. A minha pergunta é, foi promovido uma discussão de que o porquê não pode ser feito este tipo de resolução pela média? Ou será que a ajusta os dados por aquele comportamento? Ou o ajuste da função é o melhor ajuste? A maioria dos alunos tentaram achar uma solução pela média e me parece que o ajuste pela função seria a que precisava de um ajuste menor do erro, desta forma seria melhor resolver pela função do que pela média. A minha pergunta é, não teve este momento de discussão com os alunos?

C5: Não, nem deu tempo de chegar nesta discussão.

C3: É na verdade, esta atividade foi desenvolvida em dois dias diferentes, só que estes dois dias não foram suficientes para chegar até o final, então esta parte da sistematização, acredito eu que seja a sistematização né, seria uma parte que faria a sistematização de todos os conteúdos e destacando qual seria um modelo que chegaria mais próximo do resultado e fazer isto com os alunos. Esta conscientização.

Registros do diálogo D4.

Neste momento, a discussão se encaminhou para a atividades dos cursistas, evidenciando os motivos que os levaram a efetuar um ajuste dos dados por uma função polinomial do segundo grau.

C2: Até naquela parte que você fez um questionário para nós, a gente até respondeu desta forma uma forma depois da apresentação para os alunos de que jeito eles resolveram o professor poderia estar entrando depois com uma sistematização de conteúdo, porque daí sim ele apresentaria o objetivo, ou qual seria o conteúdo que os alunos utilizassem, no caso, como você falou de uma função polinomial, então o professor poderia entrar com esta sistematização exponencial ou uma quadrática também.

C5: Na nossa proposta, nós fizemos uma simplificação dos dados, nós utilizamos os quatro primeiro meses deste ano, nós usamos os dados de fevereiro, março, abril e maio, só destes quatro meses porque teve um maior crescimento, o erro foi menor, e nós percebemos que ela começou a cair depois, ele teve um leve decaimento aqui. E realmente se você pegar todos os dados mesmo que teve.

Registros do diálogo D4.

Neste momento, o professor do curso, indicou que a atividade dos alunos ainda não está concluida, sendo necessário o fechamento da atividade, de modo a evidenciar os motivos dos ajustes serem melhores por uma função polinomial do segundo grau e não ser melhor ajustado utilizando a média aritmética ou função exponencial. Esta explicação ficou agendada para a próxima aula de matemática desta turma. No que refere-se a duração das atividades de Modelagem Matemática, as indicações de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 23) reconhecem a multiplicidade de encaminhamentos que a Modelagem Matemática possa ter, desta forma, não há como definir exatamente o tempo de duração de uma atividade de Modelagem Matemática: "A caracterização da atividade reside muito mais nas iniciativas, ações e procedimentos realizados pelo professor e pelos alunos do que na delimitação de tempo e espaço de realização da atividade".

P: Então vamos lá! O que seria importante que você fizesse, penso eu que a atividade dos alunos não está concluída ainda, porque, seus alunos eles devem entender que, aqueles que tem o pensamento forte de resolver esta situação utilizando a média é necessário entender o porquê não é o melhor ajuste, para aqueles que resolveram de uma maneira equivocada usando a média, é importante que você explique o que está errado. [...], mas a solução não pode ser qualquer uma que você deve aceitar, por exemplo, eu vou resolver utilizando a média e se eu resolvi utilizando a média e fazendo a resolução matemática está correta então está ótimo? Quando eu falo assim, a resposta pode ser diferente, mas existe a resposta mais aceita socialmente, então não é qualquer reposta que seus alunos apresentarem que está correta, então a discussão é porque o melhor ajuste não é por média? Por que o melhor ajuste não é pela função exponencial? [...]

P: Então vocês precisaram de trabalhar mais uma parte com eles, que é esta discussão que é uma parte final da atividade, porque se não vai deixar a entender que tudo pode e tudo é aceito, e não é, vocês concordam comigo?

Quando a gente fala assim, os alunos devem chegar em uma resposta, não pela resposta, mas por entender a situação como um todo para solucionar o problema que eles tinham, e você deve mostrar agora que para solucionar o problema da previsão do próximo mês, não caberia um ajuste por média, e não cabeira uma ajuste por uma função exponencial e nem pelos métodos que eles tentaram desenvolver, e como é o melhor ajuste para solucionar a problemática que você propôs? E não é porque é uma atividade de Modelagem Matemática que qualquer coisa que eles fizerem está correto, existe a maneira matematicamente aceita que se torna adequada para o problema proposto.

Registros do diálogo D4.

Esta dicussão foi retomada em outro momento, ainda durante a socialização dos resultados do grupo G2, o cursista C5 argumentou que não poderia insinuar que as soluções dos grupos estava errada, pois por se tratar de uma atividade de Modelagem Matemática, o professor deveria levar em consideração as investigações e as hipóteses levantadas pelos grupos de alunos e que a solução atendia a tais investigações.

P: Então, este primeiro momento, é um momento em que você tem que ficar livre para o aluno trabalhar com os conhecimentos deles, mas você tem que direcionar eles a pensar, será que isto é o mais apropriado, ou será que, não é? Então este é o papel do orientador nesta hora, este é o papel do professor, será que este caminho que vocês estão é o mais adequado, será que não? Porque eles estão se familiarizando com o primeiro momento, embora aqui no curso iniciou com o primeiro momento e chegamos até o terceiro momento com vocês, neste terceiro momento vocês escolheram o tema, e fizeram a atividade e tudo mais, só que para o seu aluno é uma atividade de primeiro momento, esta é a proposta. E neste primeiro momento, o papel do professor é mais participativo, é mais intenso. Porque o aluno, está mudando de postura [...]

[...]

C2: Isto igual o Aislan falou mesmo, explicando o porquê...

C3: Porque falar para eles, por exemplo, não é que a deles está errado, mas é que tem uma que pode se aproximar mais da realidade.

C5: Então, mas se eu falar para eles, não eu não acho que está certo, vai contra as hipóteses que eles estavam considerando, eu acho.

C3: Sim, eu concordo, você não tem que falar que está errado.

[...]

C3: Mas na verdade eles perceberam ali na hora da discussão que o grupo que usou a função exponencial não estava correto, porque era um número muito alto.

[...]

P: É possível sim obter respostas diferentes para situações diferentes, quando seus alunos estiverem investigando situações diferente, coisas diferentes aí sim, você propôs o tema Dengue, vamos supor que um grupo seu queira resolver não qual a previsão de casos para o próximo mês, porque este problema foi você quem formulou, mas quando cada grupo estiver formulando sua própria questão um vai querer investigar, por exemplo, quantos dias demora para o mosquito

transmissor se desenvolver? [...] nestes casos são investigações diferentes e devem resultar em soluções diferentes, porque as questões foram diferentes, as hipóteses são diferentes e tudo mais.

Registros do diálogo D4.

O professor do curso explicou que não há uma resposta certa ou errada, mas uma resposta que seja mais aceita socialmente. No entanto, esta resposta deve ser construída juntamente com os alunos, e cabe ao professor ensinar Matemática para que a resposta seja a mais aceita, isto não implica em falar que as soluções estão erradas, mas sim que há uma solução mais adequada.

No que se refere ao grupo G1, a atividade desenvolvida com os alunos dos anos iniciais teve como ponto de partida temas e conteúdos matemáticos possíveis:

C4: A nossa proposta de atividade tem como tema "Emoções". Mas antes de apresentar a atividade das "Emoções", foram discutidos alguns temas como, PA, probabilidade e o próprio tratamento da informação, que foi o tema escolhido. E a justificativa para a escolha desse tema foi porque a cursista C7 integrante do nosso grupo vai trabalhar com atividades de modelagem na pesquisa de mestrado, então para que ela se inteirasse mais com assunto nosso grupo optou por deixá-la ter mais meus contatos com a modelagem na turma dela. Registros do diálogo D4

O grupo G1, propos uma inteiração com a situação-problema apresentada, inciando em uma roda de conversa, onde foi proposto aos alunos que escrevessem quais emoções os deixariam felizes, com medo, triste e alegre. Com os dados desta atividade, a situação-problema consistiria em representar matematematicamente os dados obtidos da roda de conversa. Em uma aula anterior, foi trabalhado com os alunos, a representação gráfica utilizando o material dourado e construindo um gráfico de barras com auxílio do material dourado. Deste modo, esperava-se que os alunos pudessem utilizar esta representação como também a representação em desenhos distribuidas em conjuntos, conforme o preenchimento de uma tabela com as emoções e a quantidade de alunos.

C1: Os materiais e métodos que foram utilizados são, material impresso, que seria a folha que descreveria os dados, e o material manipulado que seria o material dourado que eles poderiam utilizar para representar. O método foi com formação de grupo, e a interação que foi realizado pela professora na sala de aula, e ao completar a tabela com os dados que já se tinham. As limitações que ocorreram no desenvolvimento dos alunos foram diferentes dos esperado e notou-se uma falta de percepção de todas as etapas da modelagem no desenvolvimento das

atividades por parte dos alunos. As contribuições possibilitaram que os alunos representassem a situação apresentada na atividade de diversas formas, utilizando gráficos e conjuntos; A criatividade por parte dos alunos para buscar representar de diferentes formas os dados que foram apresentados; E a interação como a atividade foi desenvolvida em grupo necessitou de trabalho em equipe para representar a situação.

Registros do diálogo D4

Ao apresentar os materiais e a condução da atividade, o grupo G1 apresentou algumas "limitações" que eles esperavam que pudessem acontecer no decorrer do desenvolvimento da atividade. No entanto, após a socilização do grupo G1, foi questionado pelo professor do curso, o que seriam tais limitações.

P: O que seria limitações?

C4: Algumas coisas que não deram certo e que poderiam ser melhoradas.

P: Desenvolvimento dos alunos diferentes do esperado, vocês acharam que os alunos iriam desenvolver todos da mesma forma?

C7: A gente imaginou que alguém pudesse travar e falar que não sabia, porque as vezes acontece! As vezes eles vão fazer alguma tarefa ali na sala, que eles fizeram várias vezes e de repente eles falam ah não sei. Então de repente pode ser que eles não quisessem fazer, mas teve um por exemplo, aquele que fez o desenho mais bem pintadinho, na hora que eu falei que foi apresentado como vocês podem representar estas informações. "Ah! Nós vamos fazer desenho, nós vamos desenhar todo mundo. Nós vamos desenhar quem gosta de abraçar, nós vamos desenhar quem gosta de fazer educação física." Eles fizeram assim, e no caso por exemplo, daquele grupo que estava com o aluno do espectro autista e a outra como sendo acompanhada, então ela tem um possível laudo de DI, então ela não conseguiu associar, então são limitações mais individuais da parte deles né.

Registros do diálogo D4

Em outro momento, o grupo apresentou uma reflexão sobre a falta de percepção dos alunos com relação à Modelagem Matemática, coube ao professor do curso evidenciar que os alunos não teriam conhecimento com as fases de uma Atividade pois estas são apenas indicações para auxiliar o docente na condução de uma Atividade de Modelagem Matemática.

C7: Agora está falta da percepção das etapas da modelagem estaria bem claro, porque eles nunca tiveram nenhuma atividade. Inclusive eu nem falei que era uma atividade de Modelagem Matemática que eles não iriam saber, porque para eles modelar é massinha de modelar, eles sabem que é isso. Então foi algo assim experiência para todos.

P: Então, falta de percepção de todas as fases da Modelagem Matemática por parte dos alunos, os alunos não vão ter percepção nenhuma de Modelagem Matemática mesmo.

C6:Eu acho que é o professor observar todas as etapas da Modelagem Matemática nas atividades deles.

P: Então quem tem que ter esta percepção clara, é o professor. Mas não por parte dos alunos, os alunos só têm as atividades.

C4: É na verdade eu acho que ficou escrito errado.

Registros do diálogo D4

O que o grupo G1 descreveu, são expectativas das quais os cursistas esperavam que aconteceria durante o desenvolvimento das atividades propostas para os alunos. No entanto, houve uma confução ao chamar este fato de limitações, porque não há como prever quais são as atividades que irão emergir dos alunos. Quanto a falta de percepção das fases de Modelagem Matemática, a explicação mais adequada seria que os alunos não tinham um contato prévio com este tipo de atividade. No trecho do diálogo D4, a cursista C7 apresenta que este é o primeiro contato dos alunos com a atividade de Modelagem Matemática, no entanto, os alunos já trabalharam com representação gráfica em uma aula anterior ao desenvolvimento desta proposta.

C7: Eles estão tendo noções das operações, adições e subtrações, construção de gráficos e tabelas simples. Só que como eu falei, eu usei o conteúdo do livro dele de matemática, já tinha as informações e a tabela já estava pronta. O que foi feito com eles foi passar a informações da tabela para o gráfico, no livro já tem os eixos, já tem as colunas, os tijolinhos que eu falei pra eles desenhar, porque quando a gente fala com eles quadradinho mas, não é quadradinho é retângulo, os degraus do gráfico e no gráfico tinha no local para colocar uma variável e a quantidade então foi o contato que eles, com o assunto por meio do livro. Foi o único contato que eles tiveram com esse tipo de informação. Na tabela, quando a folha foi entregue para isso ele, e só as ações e a coluna da quantidade em branco. daí eles perguntaram quanto mesmo que gostam de estudar? Quantos mesmo gostam de brincar? Eu fui falando e eles foram completando a tabela, e aí foi o problema para ele, e agora como vocês vão representar essas informações das respostas? Eles não tinham nenhum contato, eles estão iniciando, eles estão na fase de alfabetização tanto da língua portuguesa quanto da matemática e que inclusive é o tema do letramento matemático que é o que eu vou estudar.

Registros do diálogo D4

Frente a estes esclarecimentos iniciais, a cursista C7 passou a apresentar as investigações dos grupos de alunos com relação a situação-problema proposta. O primeiro grupo de alunos fez a representação com desenhos utilizando noções de conjuntos, as quantidades de alunos foram desenhadas e separadas em quadrado para separar os desenho, a separação foi feita levando em consideração a quantidade de alunos conforme as ações que lhes

foram apresentadas. A cursista C7, apresenta a caracetrística de dois alunos deste grupo, ambos fazendo acompanhamentos, pois um tem o transtorno do espectro do autista confirmado e outro aluno tem suspeita de deficiência intelectual.

C7: Aqui a gente já tem a imagem tem algumas representações dos alunos. Inicialmente a maneira como nós pensamos que eles iriam representar seria por desenhos. Então vocês podem observar aqui, a folha impressa como o cursista C1, disse eles completaram a tabela. Foi apresentado dessa forma atividade para eles, aqui tem o texto da interação, vou levar para vocês como foi feita a interação. De acordo com a nossa roda de conversa foi feito, na aula de história com os próprios alunos, uma roda de conversa sobre o que os deixam feliz, triste, bravo e com medo. Foram utilizados esses dados, de acordo com a nossa roda de conversa os sentimentos que nos desfiles são: estudar, brincar de pega-pega, pintar, abraçar fazer continhas de matemática, fazer educação física, passear com as amigas e ter amigos. Então foi proposto para eles deste modo, podemos organizar as respostas do nosso amigo em uma tabela. Aqui foi apresentado para eles uma tabela e aqui eu fui dizendo os dados e eles foram preenchendo, e na folha para que eles pudessem esta representação foi feita a seguinte pergunta: "Como podemos representar as respostas dos nossos amigos?". Então este está parecendo aqui nos slides, com base no quadro cima, de que forma podemos representar as respostas dos nossos amiguinhos então o problema para eles seria como eles seriam representar aquelas respostas da tabela. E este grupo colocou em forma de conjuntos e em cada conjunto eles fizeram o desenho e referente à quantidade: dois alunos gostam de brincar; um de abraçar, um de fazer continha, um de passear, dois de ter amigos, dois de fazer educação física, dois de pintar e vocês podem perceber que somente essa parte aqui, não foi fechada, três que gostam de estudar. Este foi o grupo que menos chegou perto da solução esperada. Tinham três alunos neste grupo. Uma aluna está sendo acompanhada, ela ainda não tem o laudo, mas ela tem D.I. (Deficiência intelectual), e ela é copista com escrita espontânea ela não faz, ela está no nível pré silábico de alfabetização. Mas eles escreveram ao menos dois dados, e escreveram espelhado com o numeral dois.

Registros do diálogo D4

Esta turma tem um aluno com laudo do esprecto autista, ao propor a atividade de Modelagem Matemática com os alunos distribuidos em grupo, foi possível a socialização deste aluno com outros alunos da sala, este fato acaba por evidenciar uma das caracteríticas de se trabalhar com a Modelagem Matemática, que é a possibilidade de inteiração entre os alunos e destes com o professor, tornando as aulas mais dinâmicas e participativas.

O segundo grupo de alunos apresentou a solução utilizando o desenho, porém neste caso não foi separado em conjuntos e na ordem de apresentação dos dados, ou seja, os desenhos foram sequenciais, mas respeitando a quantidade de cada ação apresentada no quadro.

C7: Este grupo apresentou uma possível tabela, eles colocaram os numerais aqui nesta tabela, mas eles não preencheram aqui. Eles fizeram os desenhos correspondente, se você colocar os óculos pedagógico você pode ver que estão se abraçando, e aqui estes três, eles estão estudando, aqui um gosta de ter amigos e aqui dois gostam de pintar. Só que vocês perceberem, aqui só tem um, outro não está aqui! Alguém quer saber aonde ele está? Ou o que é que a criança respondeu? Eu perguntei para a criança cadê o outro daqui? Ele foi fazer xixi. Então, a criatividade deles foi até isto aí, o outro não estava lá, porque ele foi fazer xixi. Este grupo fez assim uma representação do desenho bem caprichada é um dos que gostam de pintar. Vocês podem perceber aqui esses não estão separados em grupos, eles fizeram todos os desenhos, mas está na sequência nos dados apresentados.

P: Eles não separaram por grupos, mas fizeram na ordem e na quantidade do enunciado.

C7: Eles desenharam na ordem do enunciado.

Registros do diálogo D4

O terceiro grupo de alunos apresentou uma solução diferente dos dois primeiros grupos de alunos, a solução foi feita desenhando os conjuntos na folha e colocando o material dourado em cada repartição da folha, ou seja, o espaço relativo ao conjunto estava desenhado na folha e acima de cada espaço havia a quantidade de cubinho representando cada aluno e na folha foi indicado em cada conjunto a emoção relacionada.

C7: Este grupo para mim, particularmente, eu achei muito interessante, porque este aluno tem um laudo do transtorno do espectro autista. E ele tem muita dificuldade de socialização e ele ficou no grupo com a colega aqui que está sendo acompanhada e tem deficiência intelectual, porém este aluno que tem o laudo do espectro autista representou muito bem. Aqui está representação dele em termos de conjunto, mas aí eu tirei a foto com os cubinhos do material dourado. Então ele relacionou cada conjunto com as ações e as quantidades, ele colocou aqui, ele está no nível pré silábico de alfabetização, então a palavra não está completa, mas tem três cubinhos no estudar, um passear, um abraçar, dois brincar, ter amigos dois, pintar dois, continhas um, então ele fez todas as representações, ele relacionou as respostas com as quantidades na forma de conjuntos, da maneira dele, com o material manipulável, e o interessante foi porque ele estava em grupo mas como eles têm essa dificuldade de socialização então ele queria um para ele, então ele ficou com uma folha pra ele, porque senão ele iria fazer nada e iria transtornar tudo. E eu achei muito interessante a participação dele, e aqui tem um preenchimento de uma tabela que ele foi também.

Registros do diálogo D4

O quarto grupo de alunos, utilizou o material dourado para fazer a representação da quantidade de alunos e as emoções relacionadas, este grupo conseguiu chegar a uma representação gráfica em barras, usando o material dourado disposto na carteira.

C7: E por fim, para salvar! Teve um grupo que quando eles viram, eu falei "Olha tem o material dourado o que vocês vão querer fazer?" neste momento a aluna falou que queria o material e ela conseguiu relacionar certinho as informações da tabela e ela montou ali um gráfico de barras, na maneira dela. Então na maneira que estava os cubinhos, e daí eu falei para ela, o que significa isso aqui? Ela falou, ah prof. Isto daqui significa aquele ali da tabela que você pôs no quadro, eu falei, então agora você passa estas informações que você montou com os cubinhos aqui para a folha aí ela passou para a folha. Mas aqui, eu vou mostrar para vocês, aquelas informações dos cubinhos ela fez aqui tem três, dois, o que ela fez no cubinho na mesa, ela passou para cá, o desenho para a folha. Só que ela não gosta de escrever, mas como era em grupo ela pediu para o outro escrever. Ai o outro não escreve bem, escreveu maior e não saiu bem certinho na linha. Trabalho em equipe, cada um faz o seu melhor, e aqui ela disse vou fazer a escola, e aqui é ela fazendo tudo isto aqui, estão aqui ela fez a representação. Então modo como o gráfico de barras, que a intenção do grupo era que isso acontecesse o que chegou mais próximo foi essa representação aqui. Aqui são eles trabalhando com o material na mesa, e acabou!

Registros do diálogo D4.

Ao término da socialização dos resultados do grupo G1, a cursista C7 se justifica dizendo que tem a intenção de concluir esta atividade com a sistematização do conteúdo e esta sistematização também ocorrerá em uma aula posterior, pois a atividade acabou por se estender por mais tempo do que o esperado não restando oportunidade para a socialização de cada resposta dos grupos de alunos e a sistematização do conteúdo.

C7: Como este pessoal nesse dia foram feitos três grupos. Dois com três alunos, não quatro grupos, três com três alunos e um com dois alunos e faltaram três alunos no dia. E como eles também é 2º ano dos anos iniciais, mas eles também têm um cronograma de semanal. Então nós fizemos na aula de matemática na semana passada e agora eu vou retomar com eles para fazer a socialização, porque neste momento eles explicaram para mim, e como na roda de conversa alguns deles não quiseram explicar no geral o que eles tiveram feito no desenho e alguns explicaram para mim, para eu explicar para turma. Então ainda devido ao tempo da aula nós vamos retomar na próxima segunda-feira na aula de matemática. E eles vão fazer a socialização e eu vou fechar com eles essa atividade apresentando a forma do gráfico com as barras que foi atividades que eles já tinham feito isso. Mas esta atividade que eles já tinham feito foi uma atividade padrão do livro com as informações sobre o meio de transporte, como que cada aluno vem para a escola, quantos vem de moto? Quantos vem de carro? E assim por diante... Então eles fizeram o gráfico, e agora a gente vai montar, da maneira ideal que seria esta, organizar as informações com um gráfico de barras. Eles gostaram muito da atividade, eles ficaram muito animados e eu particularmente gostei porque como minha pesquisa vai ser neste tema foi a primeira vez que eu vi um grupo de alunos do ensino fundamental dos anos

iniciais participar de uma atividade que modelagem porque a gente tinha contato na universidade ou com alunos do ensino médio nem com os alunos dos anos finais eu nunca fiz uma atividade de modelagem então foi o primeiro contato e também por conta do meu aluno que tem o transtorno do espectro autista que ele participou da atividade e eu achei muito interessante a atividades interessa-lo a fazer e a participar porque normalmente ele não se interessa pelas atividades é isso.

Registros do diálogo D4.

Na comunicação dos resultados proveniente do desenvolvimento dos alunos da Educação Básica sobre a atividade encaminhada do grupo G1, de forma geral, podemos destacar as reflexões sobre a participação dos alunos no decorrer da atividade, a duração da atividade de Modelagem Matemática e as reflexões sobre a prática docente. Sobre a participação dos alunos no desenvolvimento da Atividade de Modelagem Matemática, evidenciam a participação ativa dos alunos que se mostraram interessados pela atividade. A cursista C7 evidencia ainda que foi o primeiro contato com a turma dela com referência à Modelagem Matemática.

Ao término das socializações foi proposto um momento de reflexão sobre a prática com a atividade de Modelagem Matemática entre os cursistas. Cabe destacar aqui que a participação dos alunos foram mais intensa com atividades de Modelagem Matemática, isto é possível perceber na resposta do cursista C5 apresentada no trecho abaixo.

P: Vocês notaram que a participação dos alunos foi mais intensa, menos intensa?

C5: Foram mais intensas, foi possível perceber que entre eles mesmo, eles estavam mais interessados para fazer e para desenvolver a atividade porque quando a gente procurava resolver as atividades mais tradicionais de livro didático e tudo mais, eles não ficavam discutindo sobre a atividade e sim sobre outras coisas. No caso da atividade de modelagem, ainda assim a discussão girava em torno da atividade: "tipo ah meu tio deve dengue".

Registros do diálogo D4.

O grupo G1 evidenciou que com a Atividade de Modelagem Matemática o aluno diagnosticado com espectro autista se relacionou melhor com seus colegas de grupo. Em geral, a descrição que a cursita C7 relatou, é um aluno que se apresenta muito agressivo e pouco se relaciona com seus amigos da escola, só pede ajuda à professora. No entanto, no decorrer do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática ele se relacionou bem com os alunos de seu grupo.

P: Como que foi a socialização deste seu aluno que tem esse espectro autismo como que foi?

C7: Foi melhor.

P: E como era antes desta atividade de Modelagem Matemática?

C7: Bem isolado.

P: Mas ele resolvia tudo sozinho, nesta atividade ele também resolveu sozinho?

C7: É, na verdade, quando ele sente necessidade, porque ele não gosta que se aproxima muito dele, mas as vezes ele sente esta necessidade, então ele pede, ele fala "vem, me ajudar", daí enquanto eu procuro encaminhar as atividades para os outros alunos o interessante é que a sala agora é menor, tinha quase trinta alunos e foi dividia justamente por esta questão, agora eu coloco minha carteira na frente da carteira dele, e eu fico com ele enquanto os outros alunos estão encaminhados fazendo as atividades deles, ele fica com a carteira perto da mesa da professora, porque as vezes ele se apresenta agressivo, bate nos alunos. Mas nesta atividade ele se sentou com dois de frente, e ele fez, a única coisa que ele quis, foi uma folha só para ele, porque ele achou que deveria ter uma folha. Eu achei mais interessante, porque ele tendo a folha dele, ele fez do jeito que ele achou que estava bom.

P: Mas ele se socializou melhor né?

C7: Socializou melhor, porque enquanto os alunos estavam conversando, manipulando o material dourado, ele conversou, coisa que ele não faz. Então para ele foi bom, tanto que eles até pediram, ah você vai trazer de novo este material? Então eles gostaram muito desta atividade em grupo, e até então eu não tinha trabalhado em grupo com eles por causa desta limitação deste aluno. E deu para perceber também que como o grupo ficou com estes dois alunos que têm acompanhamento, pode perceber que um não copiou do outro, eles poderiam ter copiado, mas eles conversaram, "Ah! Você está fazendo assim? Eu vou fazer assim, olha do jeito que está ficando o meu!" daí ele fez assim, colocou os cubinhos, e a outra disse "Ah! Eu estou fazendo assim.". Então ele mostrou como que ele estava fazendo e os outros dois continuaram fazendo do jeito deles, mas sem agressividade, conversando foi um momento assim, pedacinho do céu.

Registros do diálogo D4

O trecho do diálogo D4 acima, evidencia também o processo de investigação no qual os alunos foram conduzidos, alterando a postura dos alunos frente a situação-problema que foi proposto, a busca pela solução da problemática superou a busca por uma resposta única, pronta e acabada.

P: Você sentiu que era melhor trabalhar com atividade de modelagem embora não tenha concluído ainda atividade? você acredita que trabalhando com a Modelagem Matemática os conteúdos foram mais bem aproveitados ou com aulas expositivas são melhores?

C5: Então eu acredito que dá para aproveitar bem melhor por meio da atividade modelagem por conta disto mesmo já falei pra você, por mais quem gere assuntos fora contexto, falando de família, ainda assim está dentro do tema, já nas aulas expositivas coisa de tio e vó mas não é uma coisa que tem nada a ver com o

assunto. Quando eu dava aulas mais positiva era uns quatro ou cinco que estava aqui na frente que prestavam mais atenção, mas durava uns quatro minutos depois eles já voltam a conversar eu perceber essa diferença.

Registros do diálogo D4

De maneira geral, o cursista C5 apresenta que a Modelagem Matemática tornou sua aula mais interessante e evidenciou que trabalhar com temas de interesse dos alunos tornou sua aula mais criativa e participativa, além de indicar possíveis ações futuras com a Modelagem Matemática.

P: quando você foi trabalhar com a Atividade de Modelagem Matemática, como foi a prática docente? Teve alguma diferença?

C5: eu percebi bastante coisa interessante ali, esta turma eu não estava trabalhando com nenhum tipo de metodologia assim diferenciada com eles, eu estava trabalhando aula expositiva desde o começo do ano, e estava chato mesmo as aulas, eu estava guerendo mudar, é sério isto, e eu já estava planejando trabalhar com atividades de Modelagem Matemática com os alunos ou algum outro tipo de metodologia com eles já, e quando eu levei esta atividade e já fui pensando em relação aos alunos mesmo, a princípio a gente pensou em alguma atividade relacionada mais para o conteúdo de funções trigonométricas só que eu pensei já vou levar algo de funções trigonométricas, já é algo que não é uma coisa que eles já estavam curtindo não estavam gostando já disto, o conteúdo estava chato, ai eu pensei então vou levar uma coisa legal e interessante, então esta atividade para mim foi como se fosse um primeiro passo para desenvolver algo diferente com eles com Modelagem Matemática. Então o que eu vou fazer agora nas demais aulas que eu estiver vou trabalhar com mais atividades neste sentido mas eu já vou começar a fazer um encaminhamento para o currículo que eu tenho que seguir na escola, porque agora eu fugi dos conteúdos praticamente do que eu teria que estar trabalhando com eles, que era funções trigonométricas. Então o que eu já pedi para eles fazerem, já aproveitando esta atividade, pedi para eles procurarem bastante temas para trazer na próxima aula porque eu vou aproveitar os temas deles pra desenvolver mais atividades de Modelagem Matemática com eles é isto que foi um dos objetivos que tive também com esta atividade.

[...]

C5: E outra coisa, deu para perceber que há uma mudança, como todos os autores falam e é até engraçado de perceber, do jeito que eles se interagiram com os conteúdos matemáticos porque está na cara que eles não gostam de matemática né, é chato falar isto, mas eles não gostam de matemática mesmo e por conta desta atividade e deixando eles livres para tentar solucionar o problema eles começam a discutir começa a quebrar a cabeça.

Registros do diálogo D4

A reflexão sobre a escolha do tema foi retomada pelo cursista C2, em outro momento do diálogo D4, isto mostra a preocupação sobre a escolha do tema e a motivação que

esta escolha pode causar nos alunos. A discussão girou em torno da escolha de temas atuais e de interesses dos alunos.

C2: Isso que eu acho interessante que você cursista C5 fez, eles escolherão temas. Porque daí eles conseguem se interagir mais com atividade, algo que é do interesse dele. Porque eles vão tentar trazer algumas coisas que é mais próxima dele, talvez uma das coisas que tem feito atividade ser boa. E para chamar atenção deles foi pelo tema que, por exemplo, tio dele já teve e é uma coisa que está muito próximo deles.

C3: É Este é o momento que todo mundo está falando da dengue né.

C2: Agora, se eu trago um tema que foge muito do que eles têm mais proximidade, já não é uma coisa muito interessante.

Registros do diálogo D4

A cursista C4 apresenta uma reflexão sobre a implementação da Modelagem Matemática nas aulas que ela leciona em horário extraclasse com seus alunos, esta reflexão evidencou a inteção de se trabalhar com a Modelagem Matemática como alternativa para o ensino de Matemática.

C4: Então, eu posso dizer o mesmo porque, quando foi proposto que a gente fizesse esta atividade, eu fiquei pensando até no meus alunos do plantão, mas aí não tinha como por conta que tinha que ser na turma inteira, mas nada impede de eu trabalhar com ele nos plantões mesmo que seja com atividades individuais. Porque daí não é para publicação não é para nada, mas só para que eles desenvolvam ali de uma maneira diferente, porque eu nunca levei Modelagem Matemática para eles. Agora eu vejo como uma possibilidade, as vezes tem alguma dificuldade, sabe quando não sai do lugar. Quem sabe né, levando a Modelagem Matemática.

Registros do diálogo D4

Aproveitando que o cursista C4 falou sobre publicações, o professor do curso evidencia que a publicação de um artigo com resultados de um desenvolvimento com Modelagem Matemática é apenas uma consequência da prática docente. A publicação dos resultados é um meio científico de evidenciar características da própria Modelagem Matemática, mas que a intensão do curso é justamente promover uma formação em Modelagem Matemática para que seus cursistas possam ter mais uma alternativa de ensino e de aprendizagem de matemática.

P: Veja a ideia do curso é justamente esta. Como a maioria de vocês já estão na pós-graduação, no mestrado e tudo mais, há uma cobrança maior por

publicação, ou seja, vamos desenvolver uma atividade e vamos publicar. Mas a ideia é mostrar que o trabalho com Modelagem Matemática funciona e você pode trabalhar na Educação Básica. Se você desenvolver uma atividade e publicar um artigo, é ótimo, mas dá para ensinar usando a Modelagem Matemática.

C4: A ideia principal é agregar no nosso meio de trabalho porque ela passa pela gente, pelas nossas mãos, este é o principal objetivo.

P: Pensar em um artigo seria uma consequência.

C4: Não foi depois desta atividade que, não após a desta atividade que eu pensei, posso levar para o meu plantão, mas foi durante o curso que eu conheci que dava para trabalhar com os anos iniciais e eu desconhecia isto, eu pensava só dois e médio principalmente, então daí eu comecei a pensar daí depois do desenvolvimento da atividade que eu vi que foi muito rico para eles e porque não levar lá para os alunos do plantão, que são do fundamental um né?

Registros do diálogo D4

Ao término desta reflexão foi possível evidenciar as expectativas quanto ao trabalho com a Modelagem Matemática voltado para os anos iniciais do Ensino Fundamental, para os cursistas e para o professor do curso, pois ambos não haviam vivenciado atividades para este nível de ensino.

- P: Eu também nunca tinha desenvolvido uma atividade de Modelagem Matemática com os anos iniciais, e quando houve inscrição de professores no curso que atuava nos anos iniciais eu também pensei que seria um desafio, porque nos anos inicias eles tem uma característica diferente dos outros níveis, e sempre que eu trabalhei com atividades de Modelagem Matemática também sempre que foi voltado para a Educação Básica, eu já pensava no Ensino Médio.
- C7: Porque logo vem aqueles conteúdos mais tradicionais que aparecem nas atividades, equação exponencial, função exponencial, equação do segundo grau, esse tipo de conteúdo, uma progressão, a gente pensa logo nisso é difícil a gente associar o tipo de representação.
- P: Parece que a criatividade nos Anos Iniciais é mais evidente né? Veja quantas representações diferentes e criativas surgiram.
- C7: É porque eles estão ainda nesta fase do processo de alfabetização se familiarizando com estes objetos matemático. Eles estão no início desse letramento matemático e para eles era tudo desenho por isso que eu imaginei que tipo de primeira eles vão fazer desenho, aí eles vão descobrir "Ah! então isso pode ser feito de outra forma?" ou "Assim também vale?", e aí quando aquela aluna fez aquela escadinha com o material dourado falei: Nossa! Estou feliz! Era o que falei, será que ninguém vai deixar meu olho brilhando nesta atividade? Quando eu vi essa aluna aqui eu falei: Nossa! Ela chegou! Uma pérola para atividade. Então para mim foi muito interessante. Para mim particularmente, foi muito rico eu acredito que para todos do grupo também, porque o contrato que a gente teve com modelagem foi muito diferente que foi apresentado, então só agregou muito nosso conhecimento e foi muito interessante, estou dizendo por mim, mas acredito que para todos do grupo.

Enfim, foi possível mostrar que as atividades desenvolvidas atingiram as expectativas quanto a prática com a Modelagem Matemática, a repercussão do sucesso da atividade se deu até mesmo fora da sala de aula, angariando elogios à cursista C7 da supervisora e diretora da escola onde leciona. Com relação à reflexão da prática docente com a Modelagem Matemática, Rosa e Kato (2014) define como professor estrategista do ensino, aqueles professores que ao refletirem sobre sua prática, buscam alternativas de ensino por meio da leitura, formação e experiência de outros professores e tornam suas aulas um laboratório onde desenvolvem metodologias proveniente da literatura ou até mesmo criada por eles.

C7: E até tendo o feedback da escola, porque lá na escola nós temos um grupo de atividades, que a gente tem que postar as fotos, inclusive nós temos a permissão de usar o celular dentro da sala de aula justamente para registrar o trabalho com os alunos, e ai no grupo da escola eu mandei e a supervisora da escola falou comigo, e nós tivemos o conselho de classe e aí ela me disse na hora do conselho fala para a diretora do trabalho que você fez, explica para ela o que que é. Daí eu expliquei e ela viu a foto e ela gostou, daí a supervisora falou, trabalha mais assim, porque inclusive foi uma fala da diretora, olha nós estamos tendo uma dificuldade com os alunos nas fazes, nos anos seguintes, porque minha turma é do segundo, então nós temos muitas dificuldades com os alunos dos anos seguintes, principalmente quarto e quinto ano porque os professores além de não terem esta afinidade com a matemática elas não trabalham de forma diferenciada. É só o que está no livro e elas se limitam a usar o livro, porque o livro do professor já tem as respostas prontas em azul. Então o que acontece como a maioria dos professores não tem esta afinidade com a matemática então eles não se arriscam a fazer nada daquilo que foge ao que eles estão acostumados por medo de errar, de apresentar algo que não vá contribui para os alunos ajudar e vai piorar a situação. Então ela está gostando do modo como eu estou trabalhando e esta atividade ela até elogiou, ela pediu para trazer mais, inclusive eu até coloquei no meu planejamento porque o planejamento vem com um modelo preparado da Secretaria, e aí eu coloquei que eu pretendo trabalhar com atividades da História da Matemática, da Etnomatemática e da Modelagem Matemática, daí eu tive que colocar as referências, que são eixos das tendências da Educação Matemática só não coloquei tecnologia, porque nós estamos com o laboratório inativo no momento, mas foi assim, interessante até por parte da equipe pedagógica.

Registros do diálogo D4

E desta forma, encerrou-se este encontro com os agradecimentos do professor do curso, a todo o empenho e dedicação que os cursistas demonstraram ao longo deste período de formação, assim como pela participação, comprometimento e consentimento para que fosse possível a análise desta formação.

Em sínteses, o objetivo deste módulo foi de proporcionar aos cursistas o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desde a escolha do tema aos procedimentos de validação e interpretação de resultados e de seu desenvolvimento na Educação Básica.

As reflexões emergentes neste módulo sobre a prática docente com a Modelagem Matemática referem-se as atitudes do professor com relação à "Zona de Conforto" em uma aula onde é possível tornar tudo previsível, a preocupação dos docentes com relação a aprendizagem dos alunos e com relação à insegurança dos professores com relação à atividades de Modelagem Matemática, e sobre as características do professor reflexivo.

Com relação à prática docente com a Modelagem Matemática, neste segundo módulo foram desenvolvidas duas Atividades das quais proporcionaram maior autonomia entre os cursistas com relação aos elementos que compõem a Modelagem Matemática, como a formulação de hipóteses, a seleção de variáveis, a obtenção de um Modelo Matemático, validação, entre outras.

Com relação ao último aporte teórico, as reflexões dos cursistas foram sobre a questão dos conteúdos matemáticos pertencentes ao currículo escolar e sua relação com a imprevisibilidade dos conteúdos emergentes de uma Atividade de Modelagem Matemática, sobre o papel do professor nas atividades de Modelagem Matemática, que deve-se mostrar como um orientador que direciona a atividade sugerindo caminhos, questionando quando necessário e indicando caminhos e sobre a valorização do aluno como protagonista no processo de aprendizagem

5 APRIMORANDO A ESTRUTURA DO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO INICIAL

Com o objetivo de proporcionar uma formação em Modelagem Matemática e de elaborar e avaliar um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica, após apresentarmos os dados provenintes do desenvolvimento da Produção Técnica Educacional que é um Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, faremos uma sugestão de uma nova estrutura mais flexível que possibilite o trabalho com as atividades apresentadas de forma a promover as discussões e reflexões que emergiram no decorrer do desenvolvimento desta Produção Técnica Educacional.

Quadro 17 – Nova estrutura do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática

para professores da Educação Básica

Módulo	Atividade	Carga horária				
1	 ✓ Dinâmica de apresentação dos cursistas; ✓ Introdução à Modelagem Matemática: pesquisa e documentos oficiais; ✓ Desenvolvimentos de Atividades de Modelagem Matemática do primeiro momento de familiarização. ✓ Aporte teórico 1 com debate sobre a formulação de problemas, formulação de hipóteses e Modelo Matemático. 	6				
2	✓ Aporte teórico 2 com debate sobre a 'Zona de conforto' e imprevisibilidade do professor com relação às aulas de Matemática; preocupação com aprendizagem do aluno e a postura do professor frente à Atividades de Modelagem Matemática. ✓ Desenvolvimentos de atividades de Modelagem Matemática do segundo momento de familiarização. ✓ Pesquisa de temas e problemáticas de interesse com preenchimento de formulário eletrônico para discussão. ✓ Aporte teórico 3 com debate sobre a flexibilidade do professor e sobre currículo. ✓ Instruções para o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática referente ao terceiro momento de familiarização.	16				
3	 ✓ Desenvolvimentos de Atividades de Modelagem Matemática do terceiro momento. ✓ Comunicação das atividades desenvolvidas pelos cursistas; ✓ Discussão de como implementá-las nas Educação Básica; ✓ Instruções para implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica. ✓ Desenvolvimento de Atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica. ✓ Reflexão sobre a prática docente com Modelagem Matemática na Educação Básica; ✓ Avaliação e encerramento do curso. 	18				
CARGA HORÁRIA TOTAL						

Fonte: dos autores (2019)

Com vista no Quadro 17, mantemos a nova estrutura do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica divida em três módulos, sendo o primeiro módulo destinado a assuntos mais conceituais e teórico, a prática com a Modelagem Matemática dos cursistas mais direcionada pelo professor do curso. Por se tratar de aspectos mais conceituais e tórico, este primeiro módulo aproxima-se ao eixo emergente "sobre a *percepção e compreensões* de Modelagem Matemática entre os professores da Educação Básica" apresentada como resultado da revisão sistemática de literatura desta pesquisa.

Ao iniciar o módulo com uma dinâmica de apresentação dos cursistas é possível que além de fazer uma integração dos participantes do curso, uma sondagem sobre conhecimentos prévios sobre a Modelagem Matemática, sobre a prática docente em sala de aula, sobre as perspectivas dos participantes com relação ao Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática.

Deste modo é possível explorar as percepções e compreensões prévias que os docentes da Educação Básica trás consigo com relação à Modelagem Matemática. Ao desenvolver a Produção Técnica Educacional desta pesquisa, foi possível perceber a compreensão dos cursistas sobre a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática escolar. Identificar a percepção ou a compreensão prévia com relação à Modelagem Matemática dos cursistas, é importante para reconhecer indícios de conceitos ou práticas docente com a Modelagem Matemática já interiorizadas por estes participantes que podem ser convergêntes ou divergentes sobre a concepção de Modelagem Matemática apresentada neste Curso de Formação Continuada.

Com relação ao desenvolvimento prático de atividades de Modelagem Matemática neste primeiro módulo, sugere-se que estas devem servir como um convite aos participantes dos quais não estão familiarizados com este tipo de atividade, seguindo portanto as orientações de Almeida e Dias (2004) e de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Pretende-se desta forma articular os conhecimentos práticos emergidos no decorrer do desenvolvimento das atividades com aspectos teóricos dos aportes teóricos sugeridos neste módulo. Neste sentido, as dicussões sobre a Formulação de um problema em Atividade de Modelagem Matemática, a formulação de hipóteses e as diferentes formas de se representar um Modelo Matemático, foram as reflexões em que os cursistas sentiram maior necessidade de compreensão no decorrer do desenvolvimento da Produção Técnica Educacional.

A formulação de um problema para investigação em Atividades de Modelagem Matemática é inevitável. Neste primeiro momento de familiarização, a escolha do tema e a proposta de investigação parte do professor do curso, sendo a ele, destinado a formulação de um problema. Para Almeida e Ferruzzi (2009) os indívidos que irão investigar a situação-problema proposta devem se apropriar do problema que foi formulado com objetivo de traçar metas na tentativa de uma busca por sua solução a este problema.

Para que se possa haver uma investigação dos alunos com relação ao problema, a formulação de um problema deve levar em consideração situações onde o indivíduo não possui soluções ou procedimentos conhecidos previamente para alcançar sua solução. De acordo com Almeida e Brito (2005, p. 7), "[...] os motivos estão associados ao problema que os alunos se propõem a resolver. Se este lhes representa um problema de fato, que lhes interessam resolver, então o motivo para a realização da atividade está estabelecido".

No desenvolvimento da "Atividade do Sorvete" a problemática consistia em determinar um modelo matemático que representasse a comercialização de potes de sorvetes, neste sentido, ambos grupos necessecitaram da reformulação de um novo problema para alcançar suas soluções, este fato evidenciou que os cursistas apropriaram-se da situação-problema e iniciaram a busca por soluções ao novo problema formulado, iniciando com a formulação de um problema baseado na realidade, conforme orientação de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) sobre a Atividade de Modelagem Matemática.

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.17).

Ao avançar nos procedimentos de resolução dos cursistas, a formulação de hipóteses ganhou destaque nas discussões deste primeiro módulo. A discussão com relação das formulações de hipóteses surgiu quando na socialização dos resultados dos grupos, houve um equívoco entre o que são hipóteses e o que são informações trazidas pela situação-problema.

A formulação de hipóteses nas atividades de Modelagem Matemática tem um papel fundamental no sentido de idealizar um fenômeno, como apresentado por Bassanezi (2010, p. 28) "as hipóteses diregem as investigações", neste sentido, a solução para um problema proposto é influenciado diretamente por hipóteses que são criadas ao longo da investigação.

Assim como o processo de desenvolvimento de uma Atividade de

Modelagem Matemática ocorre de forma dinâmica, permitindo movimentos de 'idas' e 'vindas' em todos seus processos, a formulação de hipóteses não ocorre em um momento específico da Atividade de Modelagem Matemática, sua formulação pode ocorrer à medida em que as investigações vão se avançando e intensificando, no entanto, é pela formulação de hipóteses que um guia da investigação pode ser definido, para Almeida, Sousa e Tortola (2015, p. 4) "a formulação de hipóteses em atividades de modelagem matemática, ao mesmo tempo em que requer algum conhecimento sobre o fenômeno, também funciona como a linha diretiva para a leitura ou a descrição desse fenômeno".

Com intuito de comparar a formulação de hipóteses entre os grupos, tomaremos por comparação os grupos G1 e G3 que desenvolveram suas investigações sobre a mesma situação problema, deste modo, os cursistas que estavam no grupo G1 ao desenvolverem a Atividade do Sorvete, exporam como hipóteses apenas as informações disponibilizadas no texto utilizado para inteiração com o tema proposto, ou seja, ao comprar um pote de sorvete o cliente desta sorveteria deveria se dispor de R\$ 14,50 e ao comprar dois potes ou mais, passaria a ganhar um desconto de 5% a cada pote de sorvete que fosse adquirido a partir do segundo. Ao contrário do grupo G1 os cursistas do grupo G3, formularam duas hipóteses que conduziram o desenvolvimento da atividade a um Modelo Matemático.

O fato dos grupos G1 e G3 tomarem por hipóteses diferentes entendimentos suas investigações tomaram rumos diferentes e consequêntemente obteram Modelos Matemáticos diferentes para responderem ao problema formulado inicialmente, isto corrobora com a afirmação de Almeida, Sousa e Tortola (2015, p. 1) quando apresenta que uma "atividade de Modelagem Matemática tem um encaminhamento em consonância com as hipóteses em que se fundamenta".

Com as investigações pautadas na formulação de hipóteses, ambos grupos obtiveram Modelos Matemáticos diferentes, cada qual, baseado na formulação de suas hipóteses e fundamentado nas suas próprias investigações. De tal forma que foi possível promover uma discussão sobre as representações dos Modelo Matemático de ambos os grupos.

O grupo G1 apresentou um Modelo Matemático na forma algébrica enquanto o grupo G3 apresentou um Modelo Matemático por meio de um gráfico. Embora as representações buscassem expressar em uma linguagem matemática a mesma situação-problema voltada para a comercialização de potes de sorvetes, os Modelos Matemáticos emergidos dos grupos foram diferentes entre si. Neste caso, como dito anteriormente, as formulações de diferentes hipóteses e diferentes problemas para a investigação conduziram às

diferentes representações.

No entanto, é importante destacar que a busca por uma representação que procura solucionar o problema formulado inicialmente, trancede apenas a busca por uma resposta, de tal forma que o Modelo Matemático não tem um fim em si mesmo, mas busca respostas para a situação-problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Neste sentido, um Modelo Matemática pode ser uma ligação entre a situação-problema inicial compreendida pelo cursista e a interpretação desta situação-problema em termos matemáticos.

Com relação ao segundo módulo do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, as dicussões teóricas emergidas aproximaram-se do eixo que emergiu da Revisão Sistemática de Literatura "sobre a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica". As dicussões que emergiram referemse à Imprevisibilidade das Atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos, a necessidade de uma mudança de atitude do professor para sair de sua "Zona de Conforto" das aulas previsíveis, a relação dos conteúdos matemáticos tratados no currículo escolar com os conteúdos emergentes de uma Atividade de Modelagem Matemática e sobre algumas inseguranças com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula.

As discussões sobre a existência de uma "Zona de Conforto" para o professor está diretamente relacionada com a experiência do professor e com o domínio do conteúdo matemático que será ensinado ao aluno. Estas discussões apresentadas no segudo módulo sugere que o professor ao ganhar experiência consequentemente adquiri maior domínio sobre o conteúdo matemático que será ensinado tornando suas aulas previsíveis a possíveis questionamentos dos alunos. Neste sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24) apresentam que os resultados de "pesquisas revelam que muitos professores ainda mantêm numa "zona de conforto" preferindo situações em que quase tudo é conhecido ou previsível e há pouco espaço para a "imprevisibilidade"".

Com a inserção de Atividades de Modelagem Matemática é preciso que o professor lance mão de sair da sua "Zona de Conrforto" onde as aulas são previsíveis para uma "Zona de Risco" onde as Atividades dos alunos, muitos casos, podem se tornar imprevisíveis. No entanto, exitem "professores que mergulham no 'risco' e encontram, tanto no êxito das situações favoráveis quanto na superação das situações adversas, subsídios para a elaboração de uma nova e própria "Zona de Conforto" (ALMEIDA; SILVA. VERTUAN, 2012, p. 25). Nestes sentido, Rosa e Kato (2014) apresentam características de professores reflexivos dos quais repensam sua prática docente com a Modelagem Matemática.

Para Rosa e Kato (2014) um professor reflexivo é um profissional que está disposto a aprender enquanto ensina, ou seja, é um profissional que planeja sua aula, revisa e retoma os conteúdo e ao desenvolver sua prática o professor deve estar disposto a ouvir, reflete no momento da ação e após suas aulas reflete sobre elas. As autoras ainda evidenciam que "formar um profissional reflexivo é formar alguém que está disposto a aprender, construindo competências e saberes novos ou mais profundos, a partir de suas aquisições e experiências" (ROSA; KATO, 2014, p. 591)

Com relação às inseguranças dos professores com a Modelagem Matemática, os cursistas argumentam que um dos motivos que causam este desconforto é a falta de domínio com este tipo de abordagem, ou sobre a falta de domínio com relação aos conteúdos matmeáticos, este argumento vai de encontro com os resutlados apresentados na pesquisa de Ceolim e Caldeira (2015) ao resultado apresentado sobre a formação insuficiente em Modelagem Matemática, bem como nos conteúdos a ministrar.

Neste sentido, as reflexões dos cursistas sugerem que este osbtáculos podem ser superados na busca por Cursos de Formação Continuadas com relação à abordagens metodológicas como é o caso da Produção Técnica Educaiconal desta pesquisa. Voltemos então a Tambarussi e Klüber (2014b) que evideciam o baixo índice de procura dos docentes da Educação Básica por Cursos de Formação Continuada em Modelagem Matemática, talvez pela cultura escolar dos professores e aluno relacionados a burocracida escolar ou aos modelos de Atividades investigativas que é caracterítica da Modelagem Matemática e que os professores e alunos não estejam familiarizados.

Neste sentido, Almeida, Silva e Vertua (2012) apresenta que no âmbito da Formação Continuada, as reflexões sobre o papel do professor nas Atividades de Modelagem Matemática se formam quando esta formação é passada pela tríade "aprender sobre", "aprender por meio" e "ensinar usando". Pois "só assim é possível ultrapassar a visão estritamente emprirista e pragmatista da prática do professor em relação à Modelagem, migrando para um terreno em que se o "como fazer" é empregnado de teoria e prática" (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 24)

Muito embora seja necessário a mudança de atitude do professor com relação a saída de sua "Zona de Conforto" das suas aulas, onde tudo aparerentemente possa ser previsíveis, esta mudança deve ser acompanhada de uma reflexão sobre a prática docente, na possibilidade de evitar assim a preocupação apresentada por Bicudo e Klüber (2011) com relação à simples reprodução das Atividades de Modelagem Matemática passada a serem

simplesmente reproduzidas em salas de aulas na Educação Básica, sem uma reflexão sobre suas práticas.

Neste sentido, as reflexões sobre a postura do professor com relação às Atividades de Modelagem Matemática feita pelos cursistas, indicam atitudes de orientadores para com seus alunos, no sentido de indicar 'caminhos' a serem percorridos na busca das soluções para os problemas, indicando ou sugerindo conteúdos matemáticos, questionando e incentivando seus alunos. Vale ressaltar que Rosa e Kato (2014) apresenta que uma das características do professor reflexivo é reconhecer-se como orientador da aprendizagem, valorizando a participação do aluno no processo de aprendizage e seu conhecimento prévio, com relação ou não à matemática.

Com relação ao terceiro módulo do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, as dicussões teóricas emergidas aproximaram-se do eixo emergente da Revisão Sistemática de Literatura "sobre as pesquisas desenvolvidas na Educação Básica". A discussão encaminhou-se sobre o planejamento e a duração de uma Atividade de Modelagem Matemática.

Ao propor que fossem desenvolvidas as Atividades de Modelagem Matemática dos cursistas, no terceiro módulo, com alunos da Educação Básica, os grupos G1 e G2 dispuseram de duas semanas para efetuar o planejamento das aulas e o desenvolvimento das atividades. A proposta foi feita com objetivo de ser implementada na Educação Básica orientada pelo primeiro momento de familiarização para com os alunos.

Ambos os grupos expressaram que necessitavam de mais uma aula para concluir as atividades, para o grupo G1 que desenvolveu a Atividade com o tema "Emoções" a conclusão se daria em um próximo momento com a socialização das respostas de seus alunos enquanto o grupo G2 concluiria com a sistematização do conteúdo na próxima aula de matemática.

Com vista ao planejamento de uma Atividade de Modelagem Matemática Almeida, Silva e Vertuan (2012) evidenciam que não há uma definição a *priori* com relação à duração de uma Atividade de Modelagem Matemática, isto porque há uma diversidade de encaminhamentos e desdobramentos que uma Atividade de Modelagem Matemática pode tomar. No entanto, a caracterização de uma Atividade de Modelagem Matemática reside mais nos proceimentos e encaminhamentos que se dá à Atividade do que no tempo destinado ao seu desenvolvimento.

A patrir das dicussões apresentadas e com vista ao Quadro 17,

aprimoramentos foram feitos com intuito de proporcionar maior flexibilidade com relação à estrutura do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, neste sentido, as referências com relação ao aporte teórico e às atividades ficam como sugestões que podem ser alteradas ou adaptadas conforme a necessidade de cada contexto em que o Curso de Formação Continuada for replicado. Destacamos que a flexibilidade desta nova estrutura está embasada nas discussões que emergiram dos cursistas, dos quais sentiram a necessidades, no desenvolvimento da Produção Técnica Educacional, de reflexões ou de esclarecimentos.

PALAVRAS FINAIS

Essa pesquisa teve por objetivo proporcionar uma formação em Modelagem Matemática e de elaborar e avaliar um Curso de Formação Continuada para professores da Educação Básica, assim sendo um Curso de Formação Continuada de professores foi idealizado e é parte integrante da pesquisa, cujas orientações são abordadas na Produção Técnica Educacional cujo título é "Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica".

No desenvolvimento da Produção Técnica Educacional, um Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática contendo três módulos, possibilitaram o contato de 7 cursistas com atividades teóricas e práticas sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. Direcionamentos de documentos oficiais foram seguidos, bem como a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012) para a Modelagem Matemática na Educação Básica.

A análise de dados, inicialmente descritiva analíticas à luz dos pressupostos teóricos desta dissertação, possibilitou inferir que o Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática permitiu aos cursistas a reflexão sobre a prática docente com a Modelagem Matemática, aliando teoria e prática com o desenvolvimento de uma atividade na Educação Básica.

Neste contexto, é possível apresentar e a emergência de locus de reflexão e a prática em Modelagem Matemática, contemplando a prática do professor no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, estudos sobre os elementos de uma atividade de Modelagem Matemática e considerações sobre a Modelagem Matemática e o currículo escolar.

Nos três módulos foram apresentados as reflexões no que refere-se aos elementos que constituem uma Atividade de Modelagem Matemática, neste ponto, a reflexão sobre o problema para investigação nas atividades convergiram entre os três módulos, no entendimento de Almeida, Silva e Vertuan (2012) o termo problema, em geral, refere-se a situações apresentadas onde o indivíduo não possui um esquema a priori para sua solução.

Os momentos de familiarização sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012) foram contemplados nos três módulos com o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática que foram proposta para os cursistas, e se mostrou uma experiência adequada para familiarização para os cursistas, mesmo àqueles que já tinham um contato prévio com a Modelagem Matemática.

O papel do professor como um orientador convergiu entre as discussões apresentadas no decorrer dos três módulos do curso de formação, lidar com as adversidades que se podem ocorrer com a atividade de Modelagem Matemática requer do professor certa flexibilidade frente as situações inexperadas, e talvez por estas imprevisibilidades as dicussões se acentuaram neste curso de formação.

E por fim, as reflexões sobre o currículo escolar e as atividades de Modelagem Matemática emergiram entre os três módulos, isto porque, a cultura escolar exige o cumprimento dos conteúdos matemáticos que estão dispostos no currículo escolar e a inserssão da Modelagem Matemática frente aos conteúdos matemáticos pode exigir do professor certas flexibilidade no que refere-se aos conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. D.; BRITO, D. D. S. Atividades de Modelagem Matemática: Que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciências & Educação**, Bauru, n. 22, p. 19-35, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria**, v. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação básica, São Paulo, n. Contexto, 2012.

ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA. Desdobramentos para a Modelagem Matemática decorrentes da formulação de hipóteses. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Pirenópolis, 2015.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, v. Tese (Doutorado em Educação Matemática), 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73 - 80, 2004.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. 3ª. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. 3. ed. São Paulo: Contexto, v. 2°, 2010.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminnho de uma metacompreensão. **Cadernos de pesquisa**, v. 41, n. 144, p. 904 - 927, dez. 2011.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria - Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 2, p. 7-32, jun 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, v. 1^a, 2007.

BOGDAN, R. C.; BICKLEN, K. S. **Investigação qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigações qualitativas em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais :** matemática, Brasília, n. MEC/SEF, p. 142, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2017. Disponivel em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2019.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. Campinas: Universidade de Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem Matemática em sala de aula. **Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática**, Londrina, n. UEL, 2004.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática em sala de aula: obstáculos e resistências apontados por pesquisadores brasileiros. **Educação Matemática em Revista - EMR**, n. 46, p. 25-34, 2015.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4ª. ed. São Paulo: Altas, 2002. p. 176.

GODOY, A. S. Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas Possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar/abr 1995.

HOUAISS, M. A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss de Língua portuguesa**. Rio de Janeiro: instituto Antônio Houaiss de Lexicografia e Banco de dados da Língua Portuguesa S/C Ltda, 2009.

KITCHENHAM, B. Procedures for Performing Systematic Reviews, jul 2004.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Sobre a pesquisa em Modelagem na Educação Matemática Brasileira. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 143-163, jan. / abr. 2014.

LÜDKEN, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. **São** Paulo: EPU, 2004.

MALHEIROS, A. P. D. S. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, p. 1151 - 1167, 2016.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. D. C. Análise Textual Discursiva. Ijuí: Unijuí, 2007.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica** - **Matemática**, 2008. Disponivel em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br. Acesso em: 27 jul 2018.

PEREIRA, R. D. S. et al. Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais Educacionais: Possibilidades e Aproximações por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura. **RENCIMA - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 2, p. 80-94, 2017.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Modelagem Matemática: Uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de matemática. **Educare Et Educare**, Cascavel, v. 09, n. Número especial, p. 589-603, jul. a dez. 2014.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações. **REVEMAT** - **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, n. Temática, p. 38-56, junho 2014a.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. A pesquisa em Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática: Um olhar epstemológico. **RPEM - Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 3, n. 5, jun. / dez. 2014b.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P. D.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática nas disciplinas do ensino superior: o que manifestam os estudantes? **Revista de Educação Educere et Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, Jan. / Abr. 2017.

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convido você professor, a participar de uma pesquisa do Programa de Mestrado Profissional em Ensino - PPGEN da Universidade Estadual Norte do Paraná, *campus* de Cornélio Procópio, cuja autoria é dos pesquisadores: Prof. Esp. Aislan da Silva Nunes, Prof. Dr. William Júnior do Nascimento e Prof.^a Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, que pretende investigar as contribuições de um **Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica**.

Sua participação será voluntária e se dará por meio de questionários, entrevistas, textos, entre outras formas de coleta de dados, e não implicará em risco de qualquer natureza. Caso aceite participar, contribuirá para o desenvolvimento desta pesquisa e concordando com a utilização dos dados em futuras publicações.

Se depois de consentir sua participação você desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta de dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo à sua pessoa. Você não terá despesa alguma e, também, não receberá remuneração alguma. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, contudo sua identidade será preservada, não sendo divulgada e guardada em sigilo.

Em caso de dúvidas ou informações, entre em contato com o pesquisador no endereço eletrônico <u>nunes03@outlook.com</u> ou pelo celular (43) 9 9935-8854.

Consentimento pós-informação.

Eu,	fui
informado(a) sobre o que a pesquisa quer fazer, por quê precisa da minha colaboração e	
entendi a explicação. Por isso, concordo em participar da pesquisa, sabendo que não vou	
receber financeiramente por minha participação e que posso desistir quando quiser. Este	
documento é emitido em duas vias que serão ambas assina	adas por mim e pelo pesquisador,
ficando uma via com cada uma das partes.	
	Data://
Assinatura do participante	RG ou CPF
Assinatura do pesquisador responsável	
Prof. Esp. Aislan da Silva Nu	unes

Aluno Regular - PPGEN

APÊNDICE B

Formulário De Inscrição do Curso de Formação em Modelagem Matemática

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA
Inscrição para o Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores de Matemática da Educação Básica
Endereço de e-mail*
Nome completo*
CPF
RG
CEP
Endereço
Indique um telefone para contato:
Qual seu curso de formação inicial e instituição de formação?
Possui pós-graduação?
Se sua resposta for sim para a questão anterior, indique o curso.
Está lecionando atualmente? Se sim, indique o nível de escolaridade.
É professor da Educação Básica Pública?
Qual seu tempo de magistério?
Em poucas palavras justifique seu interesse neste curso de formação continuada.

Endereço: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScdXpUBKC48qD0I-dusdxjfP34LPKcgdFmxIg-ZcVwKsONI6A/viewform

APÊNDICE C

Questionário 1 do Módulo I

QUESTIONÁRIO 1 - MÓDULO I

Este questionário refere-se ao Módulo I do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica.

Endereço de e-mail

- 1) Quais são as orientações que os documentos oficiais trazem para o ensino de matemática?
- 2) Em poucas palavras, descreva o que é Modelagem Matemática.
- 3) Quais são as fases de uma Atividade de Modelagem Matemática?
- 4) Ao desenvolverem a Atividade proposta, o grupo passou por todas as fases apresentadas no texto?
- 5) Como ocorreu a inteiração na Atividade desenvolvida no Módulo I?
- 6) Qual o tipo de Modelo Matemático foi elaborado?
- 7) Como foi o processo de interpretação dos dados e validação, na atividade desenvolvida no Módulo I?

Endereço: https://docs.google.com/forms/d/1hx04NG7P4_h-yggpCijn9-pxm4IZvgLIAYOueJNSoDY/edit

APÊNDICE D

QUESTIONÁRIO 2 - MÓDULO II

Este questionário refere-se ao Módulo II do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica.

Endereço de e-mail

- 1) Quais são as características de um professor reflexível apresentada no aporte teórico?
- 2) Como a Modelagem Matemática pode ajudar na reflexibilidade de um professor?
- 3) Como deve ser a postura do professor em relação a aprendizagem do aluno?
- 4) Vocês concordam que a Modelagem Matemática possa ser um caminho para a reflexibilidade do professor? Justifique.
- 5) Há alguma característica incomum entre professores que você conhece e os professores apresentadas no texto?
- 6) Qual(is) é(são) esta(s) característica(s)?

Endereço:

 $\underline{https://docs.google.com/forms/d/1litJJ6cqEZjPBQ7Bv0W9TKTbbz0y1w0aB6wi7P5Wbq0/ed}$

APÊNDICE F

QUESTIONÁRIO 3 - MÓDULO II

Este questionário refere-se ao Módulo II do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica.

- 1) Quais os temas que foram propostos nos grupos?
- 2) Qual o tema que foi escolhido pelo grupo?
- 3) Justifique a escolha por este tema.
- 4) Qual(is) critério(s) foi(ram) utilizado(s) pelo grupo para selecionar este tema?
- 5) Para qual nível de ensino será proposto?
- 6) O que se espera de uma Atividade de Modelagem Matemática com este tema?
- 7) Qual(is) material(is) será(ão) utilizado(s)?
- 8) Qual(is) a(s) forma(s) de inteiração com o tema?
- 9) O que se pretende investigar?
- 10) Qual será a problemática?

Endereço:

 $\frac{https://docs.google.com/forms/d/1SSy9HAcy2aAmBDCfiD2i378JpvqyKHt5x7U96Ug8zEw/edit?usp=drive_web}{}$